

## VEŽBA 1.2

<b>Naziv vežbe</b>	ANALIZA MERNE NESIGURNOSTI
<b>Trajanje vežbe</b>	20'
<b>Potrebno predznanje</b>	Osnovno predznanje iz statistike
<b>Broj studenata</b>	2
<b>Cilj vežbe</b>	U vežbi se na primeru odmeravanja odeđene zapremine vode prikazuju greške koje se mogu javiti pri merenju. Pojava grešaka u merenjima nameće potrebu za kvantifikacijom nesigurnosti (neodređenosti) izmerenih podataka. Student, u ovoj vežbi, treba da odredi statističke karakteristike serije merenja, na osnovu kojih može da proceni komponente merne nesigurnosti.

### TEORIJSKE OSNOVE

Greške u merenjima su neizbežne. Pažljivo izvođenje merenja i upotreba preciznih i dobro kalibrisanih mernih instrumenata smanjuje grešku ali ona i dalje postoji. Greške koje se javljaju u procesu merenja se mogu svrstati u tri kategorije:

1. grube greške
2. sistematske greške
3. slučajne greške

Grube greške nastaju usled nepažljivog merenja, korišćenjem neadekvatne opreme ili iz nekog trećeg razloga. Gruba greška se najčešće identifikuje pomoću kriterijuma „tri standardne devijacije“. Prema ovom kriterijumu, svako merenje jedne merne veličine, koje se ne nalazi u intervalu = srednja vrednost merenja  $\pm 3 \cdot$  standardna devijacija, se karakteriše kao gruba greška. Obično, kada se konstatuje gruba greška, dobijeni rezultat se odbacuje a merenje se ponavlja po potrebi. Sistematske greške su greške koje su istog intenziteta i istog znaka kod ponavljanja postupka merenja. Slučajne greške su neizbežan pratilac svakog merenja i njihov uzrok je između ostalog varijabilnost prirode, karakteristike mernog instrumenta koji se koristi, itd.

Greške se u osnovi definišu kao odstupanja između tačne i izmerene vrednosti. Budući da tačnu vrednost praktično nikad ne poznajemo, uticaj grešaka na merenja se kvantifikuje kroz pojam merne nesigurnosti. Stoga se merna veličina zapisuje sa veličinom nesigurnosti koju sadrži:

$$\varphi = \bar{\varphi} + \delta\varphi$$

gde je  $\varphi$  merena veličina,  $\bar{\varphi}$  najverovatnija procena merene veličine (obično srednja vrednosti) i  $\delta\varphi$  nesigurnost (neodređenost) merne veličine. Merna veličina se opisuje u vidu intervala (opsega) vrednosti sa najverovatnijom procenom koja je u sredini intervala:

$$\bar{\varphi} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \varphi_i$$

gde je  $N$  broj merenja, a  $\varphi_i$  pojedinačna merenja u seriji. U opštem slučaju, kada se koristi kalibrisan merni instrument u kontrolisanim uslovima, nesigurnost merne veličine (statistička nesigurnost  $u(\varphi)_{st}$ ) se izražava preko standardne devijacije. Standardna devijacija kvantifikuje varijaciju ili disperziju vrednosti u okviru nekog skupa (niza):

$$\delta\varphi = u(\varphi)_{st} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\varphi_i - \bar{\varphi})^2}$$

Međutim, često se u praksi javljaju pojedini sistematski uticaji na rezultate merenja (koji nisu eliminisani u procesu kalibracije instrumenta), zbog čega se pored statističke nesigurnosti definiše i sistematska nesigurnost  $u(\varphi)_{sist}$ . Da bi se kvantifikovala sistematska nesigurnost neophodno je poznavati, ili usvojiti, etalonsku (tačniju) vrednost merne veličine  $\varphi_{et}$ . Poređenjem rezultata merenja u kojima se javljaju navedeni sistematski uticaji sa etalonskim vrednostima merne veličine, može se odrediti sistematska nesigurnost. Ukoliko se radi merenju jedne merne veličine, sistematska nesigurnost je definisana kao apsolutna vrednost reziduala merenja:

$$u(\varphi)_{sist} = |\bar{\varphi} - \varphi_{et}|$$

Sa druge strane, ukoliko se radi o nizu različitih, ali istorodnih, mernih veličina  $\varphi_i$  poređenje se vrši sa nizom različitih, ali istorodnih, etalonskih vrednosti mernih veličina  $\varphi_{et,i}$ . Sistematska nesigurnost  $u(\varphi)_{sist}$  se u ovom slučaju definiše preko korena srednjeg kvadratnog odstupanja (RMSE), između dva niza:

$$u(\varphi)_{sist} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\varphi_i - \varphi_{et,i})^2}$$

## POSTUPAK IZRADE VEŽBE

### Merenje zapremine istekle vode



Prvi student ima za cilj da odmeri zapreminu vode koja je crtom obeležena na eksperimentalnoj posudi. Voda se sipa iz česme i potrebno je da u jednom potezu napuni posudu do crte. Drugi student meri masu napunjene posude na elektronskoj vagi sa rezolucijom od 0.001 kg i beleži i računa zapreminu vode na osnovu izmerene mase i gustine vode, koja je jednaka  $\rho = 1 \text{ kg/dm}^3$ . Postupak merenja je potrebno ponoviti 50 puta za dva slučaja:

1. kad student tokom nalivanja posude pažljivo drži posudu po obodu, i
2. kad student (ne)pažljivo drži posudu po sredini tokom nalivanja.

### Koraci u postupku merenja

1. Prvi student u jednom potezu puni mernu posudu do obeležene crte držeći mernu posudu u ruci. Zatim stavlja posudu na vagu.
2. Drugi student meri težinu posude na elektronskoj vagi. Rezultat u prvoj seriji merenja samo beleži, dok u drugoj seriji merenja govori i prvom studentu kako bi ovaj korigovao punjenje posude.
3. U drugoj seriji merenja studenti treba da zamene uloge.

### OBRADA REZULTATA MERENJA

Rezultate merenja je potrebno obraditi pomoću odgovarajućeg programskog paketa ili okruženja (npr Excel, Matlab, Octave, Python). U okviru obrade rezultata neophodno je odrediti:

1. Statističke parametre: srednju vrednost, standardnu devijaciju, maksimalnu i minimalnu vrednost.
2. Ukloniti grube greške merenja. Nakon uklanjanja grubih grešaka, ponovo sračunati statističke parametre korigovanog niza.
3. Statističku nesigurnost merenih vrednosti.
4. Sistematsku nesigurnost merenih vrednosti (Napomena: vežbe su koncipirane tako da se sistematska nesigurnost može odrediti za drugi slučaj).
5. Relativnu statističku i sistematsku mernu nesigurnost u odnosu na srednju vrednost merenja.

Potrebno je nacrtati sledeće dijagrame:

1. Dijagrame merenih vrednosti sa intervalom koji definiše kriterijum za eliminaciju grubih grešaka. Merene vrednosti se predstavljaju pomoću tačaka, srednja vrednost pomoću pune linije a interval pomoću isprekidanih linija.
2. Histogram statističkih i sistematskih nesigurnosti (na istom dijagramu za oba slučaja).
3. Uz pretpostavku da se dobijene vrednosti uklapaju u normalnu raspodelu nacrtati histogram merenih vrednosti i odgovarajuću funkciju gustine raspodele

*Napomena:* Imena excel fajlova formirati na sledeći način – **v12xxx-xx\_yyy-yy.xls**, gde su **xxx-xx** i **yyy-yy** brojevi indeksa studenata koji rade vežbu

Vežba 1.2

.....  
.....  
.....

Seriya 1

Redni broj	V(cm <sup>3</sup> )
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	
13	
14	
15	
16	
17	
18	
19	
20	
21	
22	
23	
24	
25	

Redni broj	V(cm <sup>3</sup> )
26	
27	
28	
29	
30	
31	
32	
33	
34	
35	
36	
37	
38	
39	
40	
41	
42	
43	
44	
45	
46	
47	
48	
49	
50	

Vežba 1.2

.....  
.....  
.....

Seriya 2

Redni broj	V(cm <sup>3</sup> )
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	
13	
14	
15	
16	
17	
18	
19	
20	
21	
22	
23	
24	
25	

Redni broj	V(cm <sup>3</sup> )
26	
27	
28	
29	
30	
31	
32	
33	
34	
35	
36	
37	
38	
39	
40	
41	
42	
43	
44	
45	
46	
47	
48	
49	
50	