

## VEŽBA 1.1

<b>Naziv vežbe</b>	ANALIZA MERNE NESIGURNOSTI
<b>Trajanje vežbe</b>	20'
<b>Potrebno predznanje</b>	Osnovno predznanje iz statistike
<b>Broj studenata</b>	2
<b>Cilj vežbe</b>	U vežbi se na primeru merenja intervala vremena digitalnom štopericom prikazuju greške koje se mogu javiti pri merenju. Pojava grešaka u merenjima nameće potrebu za kvantifikacijom nesigurnosti (neodređenosti) izmerenih podataka. Student, u ovoj vežbi, treba da odredi statističke karakteristike serije merenja, na osnovu kojih može da proceni komponente merne nesigurnosti.

### TEORIJSKE OSNOVE

Greške u merenjima su neizbežne. Pažljivo izvođenje merenja i upotreba preciznih i dobro kalibrisanih mernih instrumenata smanjuje grešku ali ona i dalje postoji. Greške koje se javljaju u procesu merenja se mogu svrstati u tri kategorije:

1. grube greške
2. sistematske greške
3. slučajne greške

Grube greške nastaju usled nepažljivog merenja, korišćenjem neadekvatne opreme ili iz nekog trećeg razloga. Gruba greška se najčešće identifikuje pomoću kriterijuma „tri standardne devijacije“. Prema ovom kriterijumu, svako merenje jedne merne veličine, koje se ne nalazi u intervalu = srednja vrednost merenja  $\pm 3 \cdot$  standardna devijacija, se karakteriše kao gruba greška. Obično, kada se konstatuje gruba greška, dobijeni rezultat se odbacuje a merenje se ponavlja po potrebi. Sistematske greške su greške koje su istog intenziteta i istog znaka kod ponavljanja postupka merenja. Slučajne greške su neizbežan pratilac svakog merenja i njihov uzrok je između ostalog varijabilnost prirode, karakteristike mernog instrumenta koji se koristi, itd.

Greške se u osnovi definišu kao odstupanja između tačne i izmerene vrednosti. Budući da tačnu vrednost praktično nikad ne poznajemo, uticaj grešaka na merenja se kvantifikuje kroz pojam merne nesigurnosti. Stoga se merna veličina zapisuje sa veličinom nesigurnosti koju sadrži:

$$\varphi = \bar{\varphi} + \delta\varphi$$

gde je  $\varphi$  merena veličina,  $\bar{\varphi}$  najverovatnija procena merene veličine (obično srednja vrednosti) i  $\delta\varphi$  nesigurnost (neodređenost) merne veličine. Merna veličina se opisuje u vidu intervala (opsega) vrednosti sa najverovatnijom procenom koja je u sredini intervala:

$$\bar{\varphi} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \varphi_i$$

gde je  $N$  broj merenja, a  $\varphi_i$  pojedinačna merenja u seriji. U opštem slučaju, kada se koristi kalibrisan merni instrument u kontrolisanim uslovima, nesigurnost merne veličine (statistička nesigurnost  $u(\varphi)_{st}$ ) se izražava preko standardne devijacije. Standardna devijacija kvantifikuje varijaciju ili disperziju vrednosti u okviru nekog skupa (niza):

$$\delta\varphi = u(\varphi)_{st} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\varphi_i - \bar{\varphi})^2}$$

Međutim, često se u praksi javljaju pojedini sistematski uticaji na rezultate merenja (koji nisu eliminisani u procesu kalibracije instrumenta), zbog čega se pored statističke nesigurnosti definiše i sistematska nesigurnost  $u(\varphi)_{sist}$ . Da bi se kvantifikovala sistematska nesigurnost neophodno je poznavati, ili usvojiti, etalonsku (tačniju) vrednost merne veličine  $\varphi_{et}$ . Poređenjem rezultata merenja u kojima se javljaju navedeni sistematski uticaji sa etalonskim vrednostima merne veličine, može se odrediti sistematska nesigurnost. Ukoliko se radi merenju jedne merne veličine, sistematska nesigurnost je definisana kao apsolutna vrednost reziduala merenja:

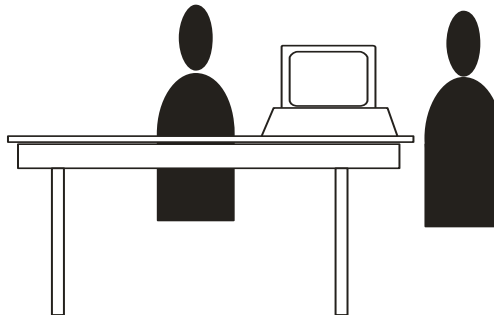
$$u(\varphi)_{sist} = |\bar{\varphi} - \varphi_{et}|$$

Sa druge strane, ukoliko se radi o nizu različitih, ali istorodnih, mernih veličina  $\varphi_i$  poređenje se vrši sa nizom različitih, ali istorodnih, etalonskih vrednosti mernih veličina  $\varphi_{et,i}$ . Sistematska nesigurnost  $u(\varphi)_{sist}$  se u ovom slučaju definiše preko korena srednjeg kvadratnog odstupanja (RMSE), između dva niza:

$$u(\varphi)_{sist} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\varphi_i - \varphi_{et,i})^2}$$

## POSTUPAK IZRADE VEŽBE

### Merenje vremena ručnim satom sa kazaljkom



Prvi student meri interval vremena u trajanju od 5 sekundi gledajući štopericu, sat ili sat na WEB aplikaciji (na primer <https://www.online-stopwatch.com/online-clock-smooth-seconds/>) pri čemu je neophodno da se kazaljka sekundare kreće kontinualno, a interval meri pomoću tačnijeg instrumenta – digitalne štoperice sa tačnošću do 1/100 dela sekunde. Drugi student čita vrednosti sa displeja štoperice i zapisuje rezultate u pripremljenu tabelu. Potrebno je obaviti po 50 merenja za dva slučaja:

1. kad prvi student ne zna rezultate merenja štopericom i
2. kad je upoznat sa rezultatima i kad može sebe da koriguje u procesu merenja.

#### Koraci u postupku merenja

1. Prvi student gleda u sat sa kazaljkom i štopericom meri intervale od po 5 sekundi,
2. U prvoj seriji merenja drugi student na komandu prvog studenta čita vrednosti na displeju štoperice i izmerenu vrednost zapisuje. U drugoj seriji merenja izmerenu vrednost pokazuje i prvom studentu koji na taj način može da koriguje svoja naredna merenja.
3. U drugoj seriji merenja studenti treba da zamene uloge.

#### OBRADA REZULTATA MERENJA

Rezultate merenja je potrebno obraditi pomoću odgovarajućeg programskog paketa ili okruženja (npr Excel, Matlab, Octave, Python). U okviru obrade rezultata neophodno je odrediti:

1. Statističke parametre: srednju vrednost, standardnu devijaciju, maksimalnu i minimalnu vrednost.
2. Ukloniti grube greške merenja. Nakon uklanjanja grubih grešaka, ponovo sračunati statističke parametre korigovanog niza.
3. Statističku nesigurnost merenih vrednosti.
4. Sistematsku nesigurnost merenih vrednosti (Napomena: vežbe su koncipirane tako da se sistematska nesigurnost može odrediti za oba slučaja).
5. Relativnu statističku i sistematsku mernu nesigurnost u odnosu na srednju vrednost merenja.

Potrebno je nacrtati sledeće dijagrame:

1. Dijagrame merenih vrednosti sa intervalom koji definiše kriterijum za eliminaciju grubih grešaka. Merene vrednosti se predstavljaju pomoću tačaka, srednja vrednost pomoću pune linije a interval pomoću isprekidanih linija.
2. Histogram statističkih i sistematskih nesigurnosti (na istom dijagramu za oba slučaja).
3. Uz pretpostavku da se dobijene vrednosti uklapaju u normalnu raspodelu nacrtati histogram merenih vrednosti i odgovarajuću funkciju gustine raspodele

*Napomena:* Imena excel fajlova formirati na sledeći način – **v1xxx-xx\_yyy-yy.xls**, gde su **xxx-xx** i **yyy-yy** brojevi indeksa studenata koji rade vežbu

Vežba 1.1

.....  
.....

---

---

.....

Seriya 1

Redni broj	t (sec)
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	
13	
14	
15	
16	
17	
18	
19	
20	
21	
22	
23	
24	
25	

Redni broj	t (sec)
26	
27	
28	
29	
30	
31	
32	
33	
34	
35	
36	
37	
38	
39	
40	
41	
42	
43	
44	
45	
46	
47	
48	
49	
50	

Vežba 1.1

.....  
.....

---

---

Seriya 2

Redni broj	t (sec)
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	
13	
14	
15	
16	
17	
18	
19	
20	
21	
22	
23	
24	
25	

Redni broj	t (sec)
26	
27	
28	
29	
30	
31	
32	
33	
34	
35	
36	
37	
38	
39	
40	
41	
42	
43	
44	
45	
46	
47	
48	
49	
50	