

Vežba H1 - OSNOVNA JEDNAČINA HIDROSTATIKE

Osnovna jednačina hidrostatičke glasi:

$$\frac{p}{\rho g} + z = \Pi = \text{const.}$$

Pritisak u jednoj neprekidnoj zapremini fluida konstantne gustine u stanju mirovanja pod dejstvom težine zavisi samo od visinskog položaja - smanjenje pritiska srazmerno je porastu visine (što idemo dublje, pritisak se povećava).

- p - hidrostatički pritisak

$$p = p_{\text{aps}} - p_{\text{atm}}$$

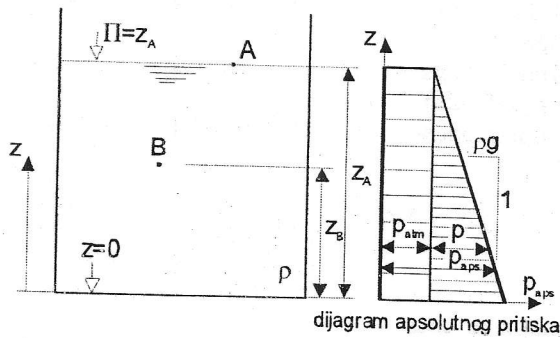
p_{aps} - apsolutni pritisak, uvek veći ili jednak od nule

p_{atm} - atmosferski pritisak, usvaja se konstantnim i ima vrednost 100kPa

- ρ - gustina fluida, konstantna je za jedan fluid
- z - položajna kota, merena od **nulte kote** ($z=0$), vezuje se za tačku ili horizontalnu ravan unutar jednog fluida; izbor visinskog položaja nulte kote je potpuno proizvoljan
- Π - pijeziometarska kota, predstavlja nivo gde je hidrostatički pritisak jednak nuli, konstantna je za jedan fluid

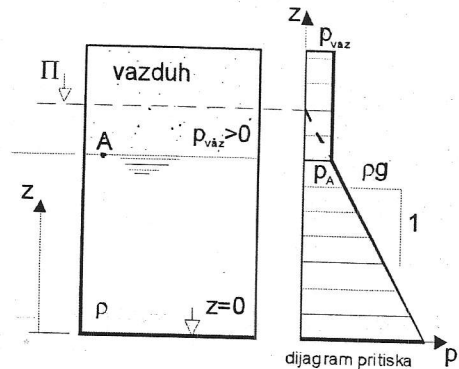
Primena osnovne jednačine hidrostatičke:

- otvoreni sud sa jednom tečnošću



- izabere se nulta kota $z=0$
- Π kota se uvek nalazi na slobodnoj površini tečnosti ($p_A=0$)
- hidrostatički pritisak u bilo kojoj tački tečnosti može se izračunati primenom osnovne jednačine hidrostatičke: $p_B = \rho g(\Pi - z_B)$

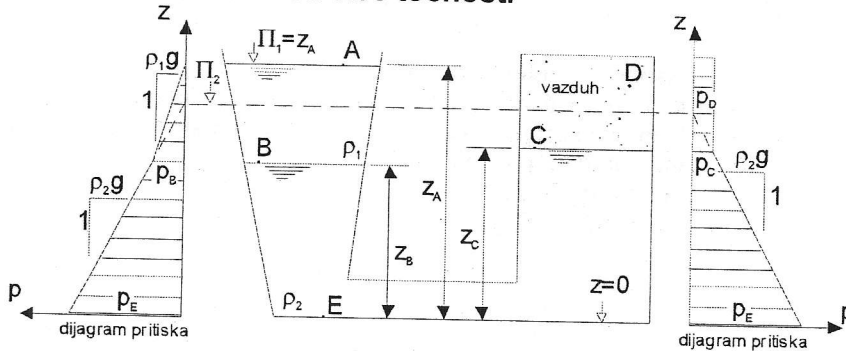
- zatvoreni sud



- izabere se nulta kota $z=0$
- zanemaruje se gustina vazduha, pa je pritisak u vazduhu konstantan. Pritisak na kontaktu između vazduha i tečnosti jednak je pritisku u bilo kojoj tački u vazduhu: $p_A = p_{\text{vaz}}$
- na osnovu poznatog pritiska u tački A računa se Π

$$\text{kota za tečnost: } \Pi = z_A + \frac{p_A}{\rho g}$$

- otvoreni sud sa više tečnosti



- izabere se nulta kota $z=0$
- polazi se od poznate Π kote tečnosti gustine ρ_1 (slobodna površina): $\Pi_1 = z_A$
- biramo tačku na kontaktu dve tečnosti (B) i posmatramo je kao tačku tečnosti čiju Π kotu znamo: $p_B = \rho_1 g(\Pi_1 - z_B)$
- na osnovu poznatog pritiska u zajedničkoj tački dve tečnosti (B) računamo Π kotu za tečnost gustine ρ_2 :

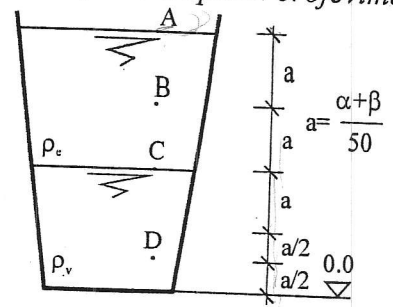
$$\Pi_2 = z_B + \frac{p_B}{\rho_2 g}$$

- pritisak u vazduhu je konstantan ($p_{\text{vaz}} \approx 0$), pa je pritisak u bilo kojoj tački (D) jednak pritisku na kontaktu između vazduha i tečnosti (C): $p_C = \rho_2 g(\Pi_2 - z_C) = p_D$

JEDNOSTAVNI ZADACI

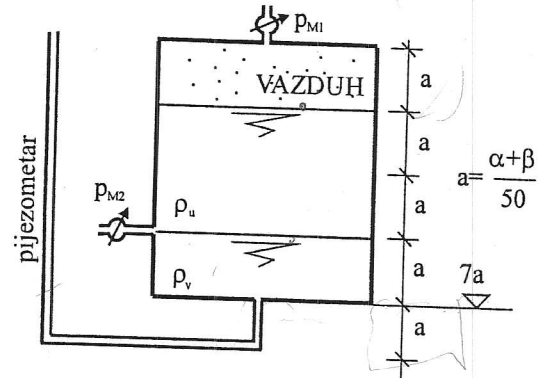
ZADATAK 1.1

Čaša kao na slici je do pola napunjena etanolom gustine $\rho_e = 0.79 \text{ kg/dm}^3$, a u drugoj polovini vodom gustine $\rho_v = 1.0 \text{ kg/dm}^3$. Izračunati piježometarske kote fluida i hidrostatičke i apsolutne pritiske u naznačenim tačkama A, B, C i D.



ZADATAK 1.2

U rezervoaru prikazanom na slici se nalazi ulje gustine $\rho_u = 0.8 \text{ kg/dm}^3$ i voda gustine $\rho_v = 1.0 \text{ kg/dm}^3$. Ukoliko manometar M1 pokazuje $p_{M1} = a/10$ bara, izračunati piježometarske kote fluida, naznačiti nivo u piježometru i izračunati pritisak koji pokazuju manometar p_{M2} . Gustina vazduha se zanemaruje.

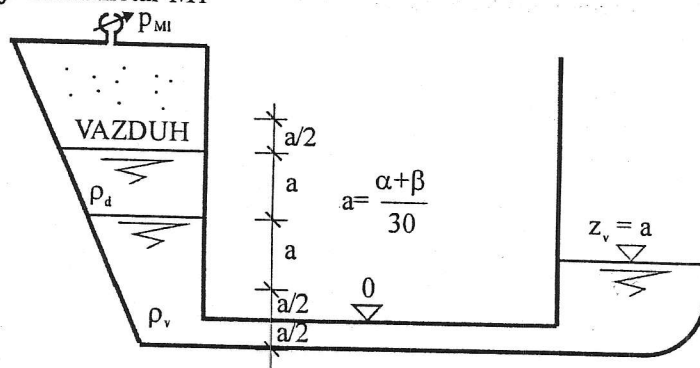


SLOŽENI ZADACI

ZADATAK 1.3

U rezervoaru kao na slici se nalaze dva fluida: dizel ($\rho_d = 0.83 \text{ kg/dm}^3$) i voda ($\rho_v = 1.0 \text{ kg/dm}^3$). Izračunati:

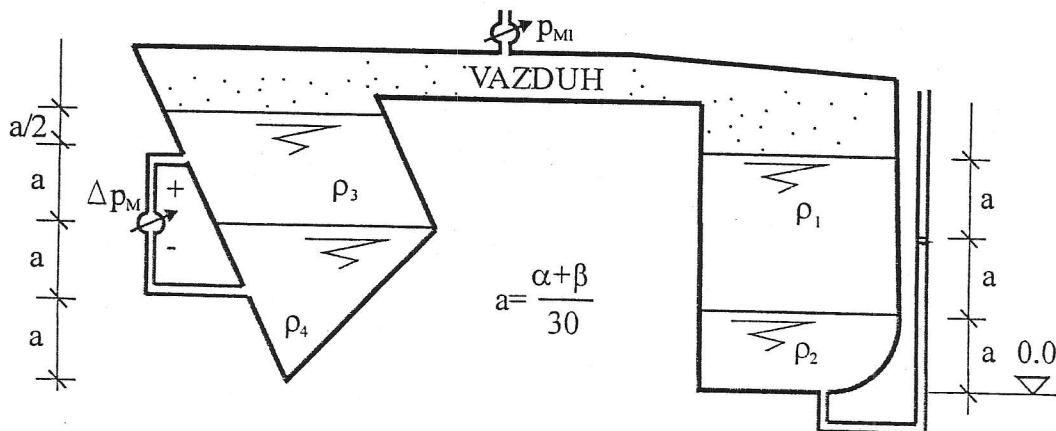
- Piježometarske kote fluida,
- Pritisak koji pokazuje manometar M1



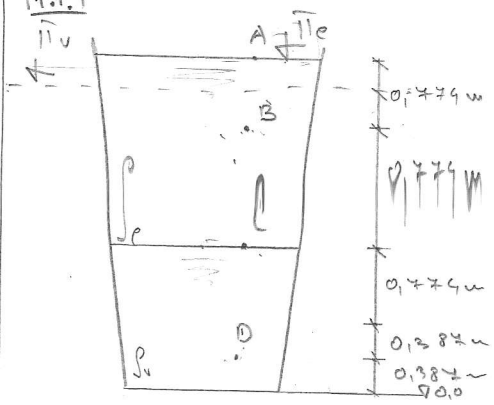
ZADATAK 1.4

U instalaciji kao na slici, nalaze se četiri fluida i vazduh pod pritiskom. Gustine fluida su $\rho_1 = 1 - \beta/200 \text{ kg/dm}^3$, $\rho_2 = 1.2 \text{ kg/dm}^3$, $\rho_3 = \rho_1$ i $\rho_4 = 1.3 \text{ kg/dm}^3$ dok se gustina vazduha zanemaruje. Koristeći nivo koji pokazuje piježometar sa desne strane, izračunati:

- Piježometarske kote fluida,
- Pritisak koji pokazuje manometar p_{M1}
- pritisak koji pokazuje diferencijalni manometar Δp_M .



1.1.



$$a = \frac{d+B}{50} = 0,474$$

$$\rho_e = 0,49 \text{ kg/dm}^3 = 490 \text{ kg/m}^3$$

$$P_{atm} = 100 \text{ kPa}$$

$$\rho_l = 1 \text{ kg/dm}^3 = 1000 \text{ kg/m}^3$$

$$g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\pi_e = 3,096 \text{ m}$$

$$z_A = 3,096 \text{ m}$$

$$z_B = 2,322 \text{ m}$$

$$\frac{P_B}{\rho_e \cdot g} + z_B = \pi_e$$

$$\frac{P_B}{490 \cdot 9,81} + 2,322 = 3,096 \Rightarrow P_B = 5998,42 \text{ Pa}$$

$$P_{B,aps} = 5,998 \text{ kPa} + P_{atm} = 105,998 \text{ kPa}$$

$$\frac{P_C}{\rho_e \cdot g} + z_C = \pi_e$$

$$\frac{P_C}{490 \cdot 9,81} + 1,548 = 3,096 \Rightarrow P_C = 11996,845 \text{ Pa}$$

$$P_{C,aps} = 11,997 \text{ kPa} + P_{atm} = 111,997 \text{ kPa}$$

$$\frac{P_C}{\rho_l \cdot g} + z_C = \pi_v$$

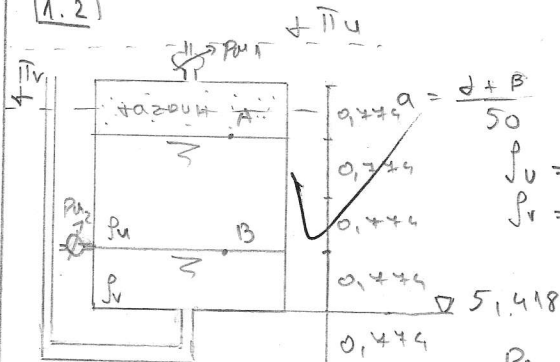
$$\frac{11996,845}{1000 \cdot 9,81} + 1,548 = \pi_v \Rightarrow \pi_v = 2,471 \text{ m}$$

$$\frac{P_D}{\rho_l \cdot g} + z_D = \pi_v$$

$$\frac{P_D}{1000 \cdot 9,81} + 0,387 = 2,471 \Rightarrow P_D = 23387,04 \text{ Pa}$$

$$P_{D,aps} = 23,387 \text{ kPa} + P_{atm} = 123,387 \text{ kPa}$$

1.2.



$$a = \frac{d+B}{50} = 0,474$$

$$\rho_u = 0,8 \text{ kg/dm}^3 = 800 \text{ kg/m}^3$$

$$z_A = 7,74 \text{ m}$$

$$\rho_l = 1 \text{ kg/dm}^3 = 1000 \text{ kg/m}^3$$

$$z_B = 6,192 \text{ m}$$

$$P_{M1} = \frac{0,474}{10} \text{ bar} = 0,0474 \text{ bar} = 4740 \text{ Pa}$$

$$P_A = P_{M1}$$

$$\frac{P_A}{\rho_u \cdot g} + z_A = \pi_u \Rightarrow \frac{4740}{800 \cdot 9,81} + 7,74 = \pi_u \Rightarrow \pi_u = 8,426 \text{ m}$$

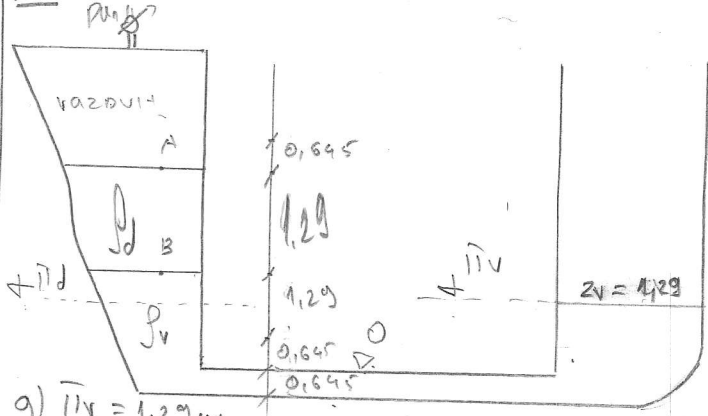
$$P_{M2} = P_B$$

$$\frac{P_B}{\rho_u \cdot g} + z_B = \pi_u \Rightarrow \frac{P_B}{800 \cdot 9,81} + 6,192 = 8,426 \Rightarrow P_B = 19886,832 \text{ Pa}$$

$$\frac{P_B}{\rho_l \cdot g} + z_B = \pi_v \Rightarrow \frac{19886,832}{1000 \cdot 9,81} + 6,192 = \pi_v \Rightarrow \pi_v = 8,2192 \text{ m}$$

ниво у пнеуметру ће бити једнак π_v , што изнад колаче $\pm 5,418 \text{ m}$ на висини $2,801 \text{ m}$

1.3



$$a = \frac{d+p}{30} \Rightarrow a = 1,29$$

$$\rho_D = 0,83 \text{ kg/dm}^3 = 830 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho_V = 1 \text{ kg/dm}^3 = 1000 \text{ kg/m}^3$$

$$\bar{h}_V = z_V = 1,29$$

$$z_A = 3,225$$

a) $\bar{h}_V = 1,29 \text{ m}$

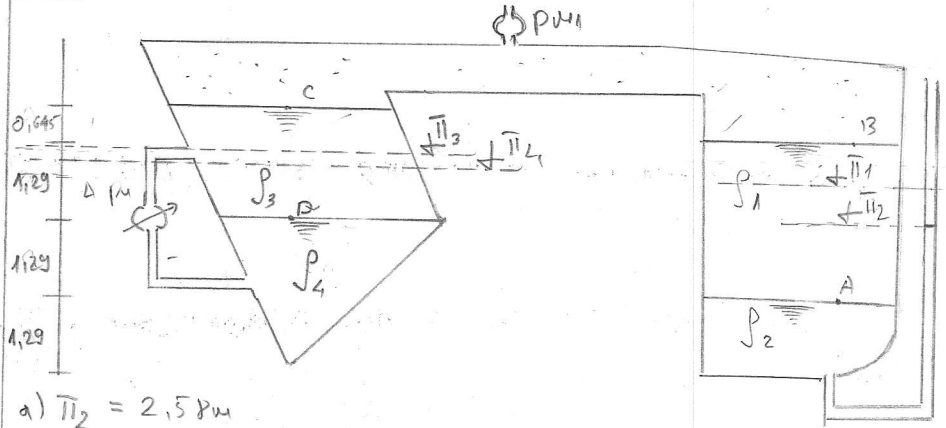
$$\frac{P_B}{\rho_V \cdot g} + z_B = \bar{h}_V \quad \frac{P_B}{1000 \cdot 9,81} + 1,935 = 1,29 \Rightarrow P_B = -6324,45 \text{ Pa}$$

$$\frac{P_B}{\rho_D \cdot g} + z_B = \bar{h}_D \quad \frac{-6324,45}{830 \cdot 9,81} + 1,935 = \bar{h}_D \Rightarrow \bar{h}_D = 1,158 \text{ m}$$

b) $\frac{P_A}{\rho_D \cdot g} + z_A = \bar{h}_D \quad \frac{P_A}{830 \cdot 9,81} + 3,225 = 1,158 \text{ m} \Rightarrow P_A = -16830,134 \text{ Pa}$

$P_{M1} = P_A \Rightarrow P_{M1} = -16830,134 \text{ Pa}$

1.4



$$a = 1,29$$

$$\rho_1 = 836,5 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho_2 = 1200 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho_3 = 836,5 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho_4 = 1300 \text{ kg/m}^3$$

a) $\bar{h}_2 = 2,58 \text{ m}$

$$\frac{P_A}{\rho_2 \cdot g} + z_A = \bar{h}_2 \Rightarrow \frac{P_A}{1200 \cdot 9,81} + 1,29 = 2,58 \Rightarrow P_A = 15185,88 \text{ Pa}$$

$$\frac{P_A}{\rho_1 \cdot g} + z_A = \bar{h}_1 \Rightarrow \frac{15185,88}{836,5 \cdot 9,81} + 1,29 = \bar{h}_1 \Rightarrow \bar{h}_1 = 3,141 \text{ m}$$

$$\frac{P_B}{\rho_3 \cdot g} + z_B = \bar{h}_1 \Rightarrow \frac{P_B}{836,5 \cdot 9,81} + 3,87 = 3,141 \Rightarrow P_B = -5982,221 \text{ Pa}$$

$$P_C = P_B = -5982,221 \text{ Pa}$$

$$\frac{P_C}{\rho_3 \cdot g} + z_C = \bar{h}_3 \Rightarrow \frac{-5982,221}{836,5 \cdot 9,81} + 4,515 = \bar{h}_3 \Rightarrow \bar{h}_3 = 3,486 \text{ m}$$

$$\frac{P_D}{\rho_3 \cdot g} + z_D = \bar{h}_3 \Rightarrow \frac{P_D}{836,5 \cdot 9,81} + 2,58 = 3,486 \Rightarrow P_D = 9896,514 \text{ Pa}$$

$$\frac{P_D}{\rho_4 \cdot g} + z_D = \bar{h}_4 \Rightarrow \frac{9896,514}{1300 \cdot 9,81} + 2,58 = \bar{h}_4 \Rightarrow \bar{h}_4 = 3,356 \text{ m}$$

b) $P_{M1} = P_B = P_C \Rightarrow P_{M1} = -5982,221 \text{ Pa}$

c) $\Delta P_M = P^+ - P^-$

$$P^+ = P_M = P_D \Rightarrow \Delta P_M = P_D - P_D = \Delta P_M = 0$$