

REŠENJA ISPITNIH ZADATAKA IZ HIDROLOGIJE od 13.6.2007.

ZADATAK 1

Prema podacima sa pluviografske stanice Zeleno brdo u Beogradu, dana 15. juna 1999. godine između 20:40 i 22:40 palo je 65.9 mm kiše.

Niz godišnjih maksimuma kiša trajanja 2 sata na stanici Zeleno Brdo ima sledeće statistike:

niz	X	$Y = \ln X$
srednja vrednost	24.3	3.119
koeficijent varijacije	0.368	0.127
koeficijent asimetrije	1.22	-0.12

- Koristeći Pirson III i log-normalnu raspodelu, izračunati vrednosti visine kiša za sledeće vrednosti funkcije raspodele: 0.5, 0.8, 0.98 i 0.999.
- Na priloženom papiru verovatnoće nacrtati teorijske raspodele iz prethodne tačke. Naznačiti povratne periode.
- Izračunati povratni period kiše od 15. juna 1999. godine, takođe koristeći Pirson III i log-normalnu raspodelu.
- Na priloženom papiru verovatnoće naneti tačku koja predstavlja epizodu od 15. juna 1999. (Napomena: na papiru verovatnoće formirati skalu za povratni period.)

Rešenje

1. Na osnovu zadatog koeficijenta varijacije i srednje vrednosti niza dvočasovnih kiša X i logaritmovanog niza $Y = \ln X$, standardne devijacije ova dva niza iznose:

$$S_x = C_{vx} \cdot \bar{x} = 0.368 \cdot 24.3 = 8.942$$

$$S_y = C_{vy} \cdot \bar{y} = 0.127 \cdot 3.119 = 0.3961$$

Proračun visina dvočasovnih kiša prema Pirson III raspodeli obavlja se preko faktora frekvencije K_p . Za vrednost funkcije raspodele $F = 0.5$ i koeficijent asimetrije $C_{sx} = 1.22$, faktor frekvencije određuje se iz tablica (prilog 3a u elaboratu) interpolacijom između vrednosti za $C_{sx} = 1.2$ i $C_{sx} = 1.3$:

$$K_p(0.5; 1.2) = -0.195$$

$$K_p(0.5; 1.3) = -0.210$$

$$K_p(0.5; 1.22) = -0.195 + \frac{-0.210 - (-0.195)}{1.3 - 1.2} (1.22 - 1.2) = -0.198$$

Dalje sledi visina kiše za $F = 0.5$:

$$x(0.5) = K_p(0.5) \cdot S_x + \bar{x} = -0.198 \cdot 8.942 + 24.3 = 22.5 \text{ mm}$$

Proračun za ostale vrednosti funkcije raspodele prikazan je u donjoj tabeli.

T	F	K_p	x (mm)
2	0.5	-0.198	22.5
5	0.8	0.730	30.8
50	0.98	2.634	47.9
1000	0.999	4.843	67.6

Proračun visina dvočasovnih kiša prema log-normalnoj raspodeli obavlja se kao proračun normalne raspodele za logaritmovan niz $Y = \ln X$. Standardizovana normalna promenljiva z određuje se iz tablica (prilog 2 u elaboratu za zadanu vrednost funkcije raspodele F . Na primer, za $F = 0.8$ iz tablica se očitava vrednost $z(0.8) = 0.842$. Zatim je:

$$y(0.8) = z(0.8) \cdot S_y + \bar{y} = 0.842 \cdot 0.3961 + 3.119 = 3.4525$$

$$x(0.8) = e^y = e^{3.4525} = 31.6 \text{ mm}$$

Proračun za ostale vrednosti funkcije raspodele prikazan je u donjoj tabeli.

T	F	z	y	x (mm)
2	0.5	0	3.1190	22.6
5	0.8	0.842	3.4525	31.6
50	0.98	2.054	3.9325	51.0
1000	0.999	3.090	4.3431	76.9

3. Proračun povratnog perioda visine dvočasovne kiše od 65.9 mm tokom kišne epizode iz juna 1999. godine

Pirson III raspodela:

$$K_p = \frac{x - \bar{x}}{S_x} = \frac{65.9 - 24.3}{8.942} = 4.652$$

Iz tablica za Pirson III raspodelu traži se vrednost funkcije raspodele F za $K_p = 4.652$ i $C_{sx} = 1.22$. Vrednost F dobija se interpolacijom u dva koraka. U tablici se može videti da se tražena vrednost F za zadati koeficijent asimetrije nalazi između 0.995 i 0.999. U prvom koraku interpolacijom se određuju vrednosti $K_p(0.995)$ i $K_p(0.999)$ za $C_{sx} = 1.22$:

$$K_p(0.995; 1.2) = 3.661$$

$$K_p(0.995; 1.3) = 3.745$$

$$K_p(0.995; 1.22) = 3.661 + \frac{3.745 - 3.661}{1.3 - 1.2}(1.22 - 1.2) = 3.6778$$

$$K_p(0.999; 1.2) = 4.815$$

$$K_p(0.999; 1.3) = 4.955$$

$$K_p(0.999; 1.22) = 4.815 + \frac{4.955 - 4.815}{1.3 - 1.2}(1.22 - 1.2) = 4.843$$

U drugom koraku interpolacijom se određuje vrednost F za $K_p = 4.652$:

$$K_p(0.995; 1.22) = 3.6778$$

$$K_p(0.999; 1.22) = 4.843$$

$$K_p = 4.652 \rightarrow F = 0.995 + \frac{0.999 - 0.995}{4.843 - 3.6778}(4.652 - 3.6778) = 0.9983$$

Povratni period razmatranog događaja – dvočasovne kiše visine 65.9 mm iznosi:

$$T(x) = \frac{1}{1 - F(x)} = \frac{1}{1 - 0.9983} \approx 600 \text{ god.}$$

Log-normalna raspodela:

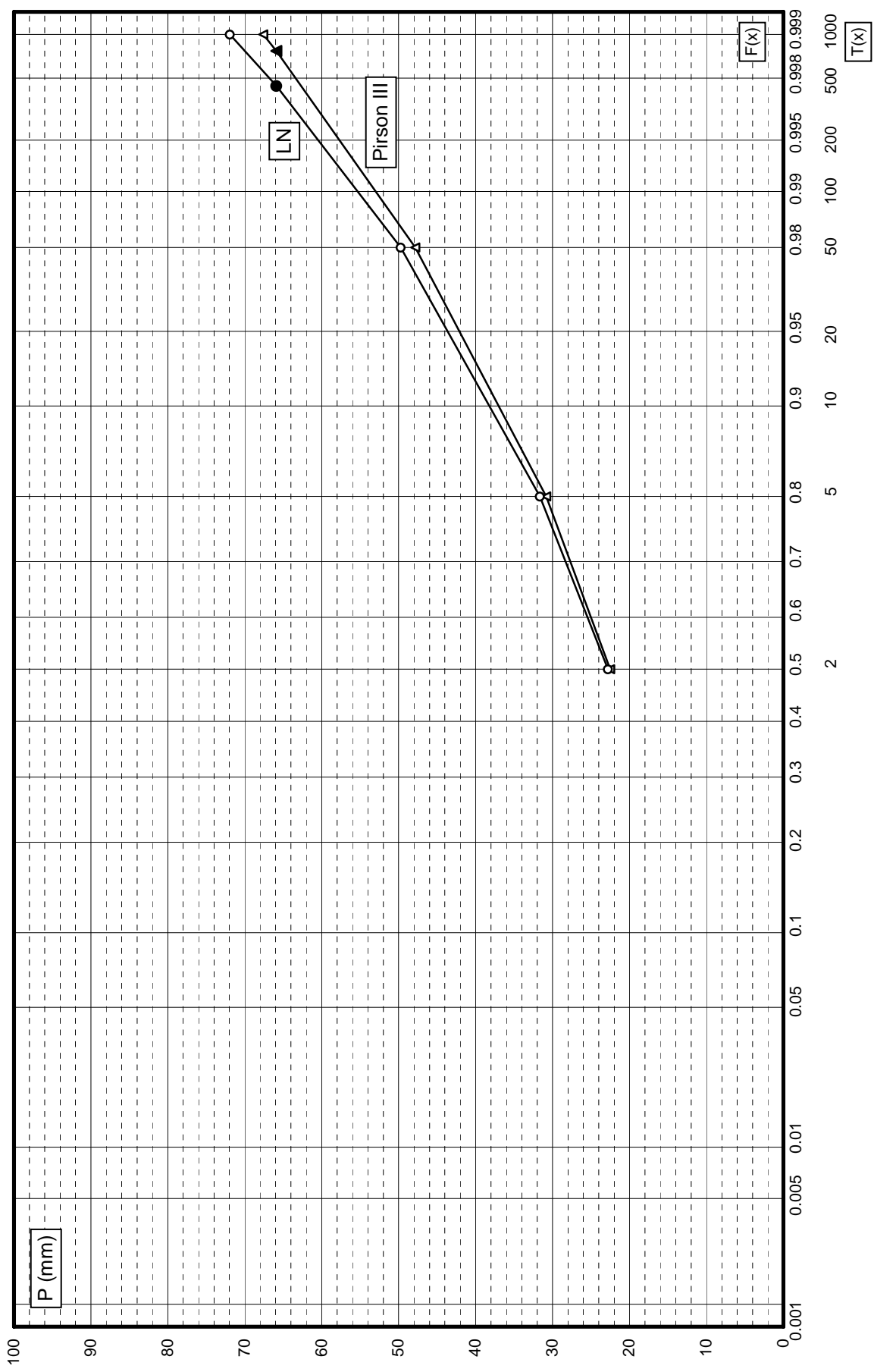
$$y = \ln x = \ln 65.9 = 4.1881$$

$$z = \frac{y - \bar{y}}{S_y} = \frac{4.4881 - 3.119}{0.3961} = 2.699$$

Iz tablica normalne raspodele za $z \approx 2.7$ čita se vrednost $F = 0.9965$. Povratni period dvočasovne kiše visine 65.9 mm iznosi:

$$T(x) = \frac{1}{1 - F(x)} = \frac{1}{1 - 0.9965} \approx 285 \text{ god.}$$

2 i 4. Papir verovatnoće sa nanetim raspodelama



ZADATAK 2

Na jednom vodotoku predviđa se podizanje brane čije bi akumulaciono jezero omogućilo navodnjavanje poljoprivrednog područja površine 2000 ha. Područje je zasejano kulturom čiji vegetacioni period traje od početka maja do kraja avgusta. U tom periodu poznate su vrednosti mesečnih padavina i evapotranspiracije prikazane u tabeli 1, kao i prosečan dotok u akumulaciono jezero. Kriva zapremine akumulacije je data u tabeli 2, a najniži radni nivo vode u akumulaciji je 520 m.n.m.

1. Odrediti potrebne količine vode za navodnjavanje poljoprivrednog područja po mesecima uzimajući u obzir padavine i evapotranspiraciju.
2. Sprovesti proračun bilansa voda u akumulacionom jezeru u navedenom periodu i odrediti promenu zapremine vode u jezeru po mesecima (nacrtaati odgovarajuće dijagrame). Odrediti potrebnu zapreminu akumulacije za zadovoljenje potreba za vodom za navodnjavanje.
3. Odrediti i nacrtati nivogram u jezeru za razmatrani period. Odrediti kotu krune brane (2 m iznad maksimalnog nivoa vode u jezeru).

Tabela 1.

Mesec	Maj	Jun	Jul	Avgust
Padavine (mm)	65	48	37	41
Evapotranspiracija (mm)	65	86	128	150
Dotok (m ³ /s)	1.30	0.95	0.32	0.15

Tabela 2.

Kota Z (m.n.m.)	520	525	530	535	540	545	550	555	560	565
Zapremina (mil m ³)	0	0.2	0.8	1.9	3.7	6.4	10.4	16.6	25.8	41.8

Rešenje

1. Potrebne količine vode za navodnjavanje poljoprivrednog područja površine $A = 2000$ ha dobijaju se bilansiranjem padavina i evapotranspiracije na razmatranoj površini:

$$V_P + V_{nav} = V_{ET}$$

odakle se dobija

$$V_{nav} = V_{ET} - V_P = (ET - P) \cdot A$$

Primer za mesec jun:

$$V_{nav} = (ET - P) \cdot A = (86 - 48) \cdot 10^{-3} \cdot 2000 \cdot 10^4 = 0.76 \cdot 10^6 \text{ m}^3$$

Mesec	Maj	Jun	Jul	Avgust
Padavine P (mm)	65	48	37	41
Evapotranspiracija ET (mm)	65	86	128	150
Potrebe za vodom $ET - P$ (mm)	0	38	91	109
V_{nav} (mil. m ³)	0	0.76	1.82	2.18

2. Bilans voda u akumulacionom jezeru:

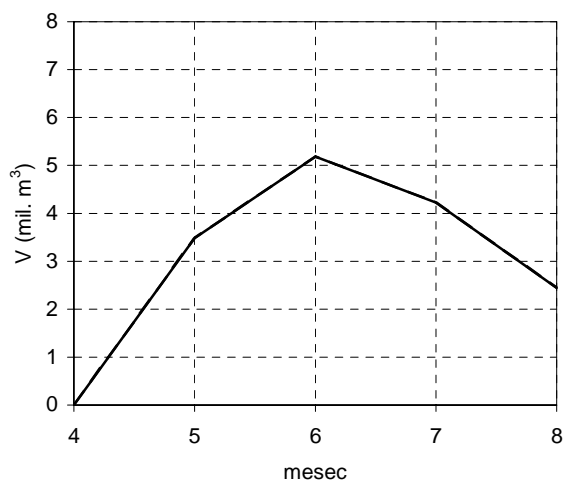
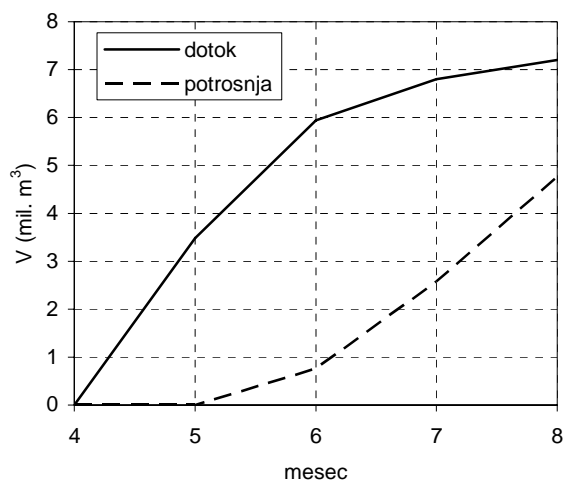
$$V_d - V_{nav} = V_{ak}$$

Primer proračuna dotoka za mesec maj:

$$V_d = Q_d \cdot T_{mes} = 1.3 \cdot 31 \cdot 24 \cdot 3600 = 3.48 \cdot 10^6 \text{ m}^3$$

Mesec		Maj	Jun	Jul	Avgust
Dotok Q_d (m^3/s)		1.30	0.95	0.32	0.15
Broj dana u mesecu		31	30	31	31
Dotok V_d (mil. m^3)		3.48	2.46	0.86	0.40
Potrošnja V_{nav} (mil. m^3)		0	0.76	1.82	2.18
Sum. linija dotoka ΣV_d (mil. m^3)	0	3.48	5.94	6.80	7.20
Sum. linija potrošnje ΣV_{nav} (mil. m^3)	0	0	0.76	2.58	4.76
Zapremina u akumulaciji V_{ak} (mil. m^3)	0	3.48	5.18	4.22	2.44

Potrebna zapremina akumulacije iznosi 5.18 miliona m^3 .

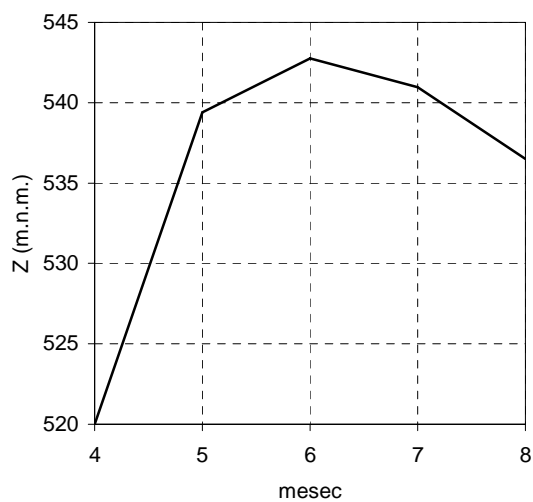


3. Na osnovu zapremine vode u akumulaciji i date krive zapremine, dobija se nivogram u donjoj tabeli.

Mesec		Maj	Jun	Jul	Avgust
Zapremina u akumulaciji V_{ak} (mil. m^3)	0	3.48	5.18	4.22	2.44
Nivo Z (mnm)	520.00	539.39	542.75	540.97	536.51

Maksimalni nivo vode u jezeru: 542.75 m.n.m.

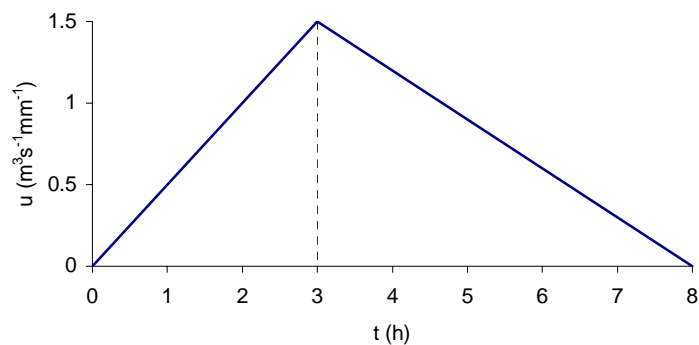
Kota krune brane: $KKB = 542.75 + 2.00 = 544.75$ m.n.m.



ZADATAK 3

Jednočasovni jedinični hidrogram za jedan sliv, aproksimiran trouglom, prikazan je na slici 1. Odrediti i nacrtati složeni hidrogram direktnog oticaja od tročasovne kiše konstantnog intenziteta ukupne visine 36 mm. Efektivnu kišu odrediti pomoću Hortonove jednačine infiltracije sa parametrima: $f_0 = 60$ mm/h, $f_c = 8$ mm/h, $i = 2$ h⁻¹. Odgovoriti na sledeća pitanja:

- Kolika je zapremina otekle vode sa sliva od ove kišne epizode?
- Kolika je ukupna visina bruto i neto kiše i koeficijent oticaja?
- Kolika je površina sliva?



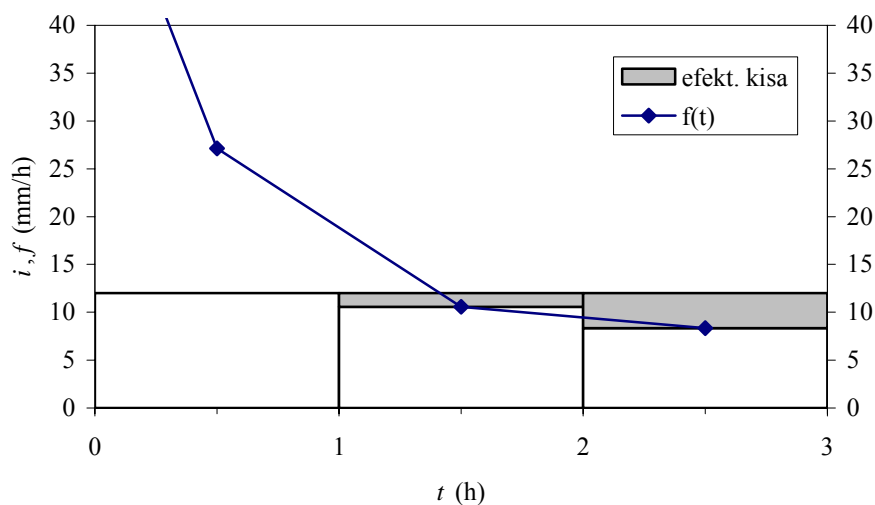
Slika 1.

Rešenje

Kišna epizoda koja se razmatra ima visinu kiše $P = 36$ mm i trajanje kiše $t_k = 3$ h, i konstantnog je intenziteta $i = 36 / 3 = 12$ mm/h. Proračun efektivne kiše pomoću Hortonove jednačine sa zadatim parametrima dat je u donjoj tabeli. Vrednosti intenziteta infiltracije prema Hortonovoj jednačini računaju se na polovinama vremenskih intervala; na primer, u prvom vremenskom intervalu:

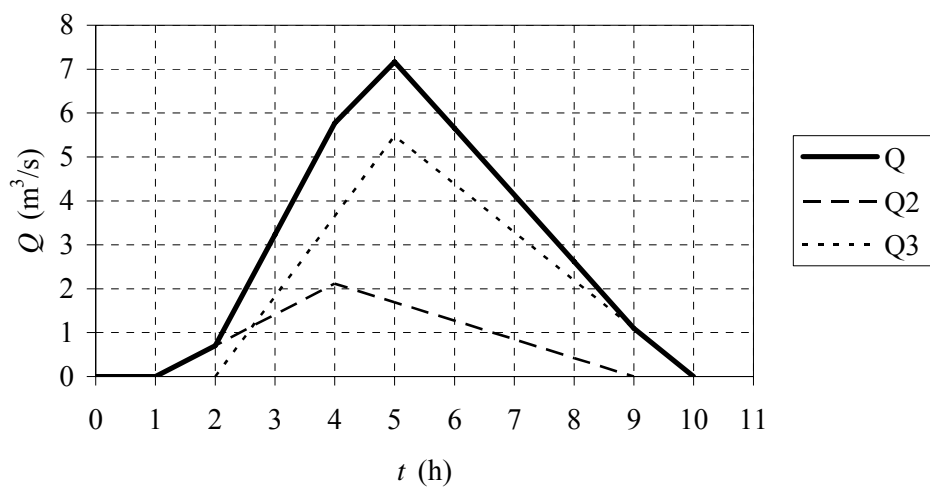
$$f(0.5) = 8 + (60 - 8)e^{-2 \cdot 0.5} = 27.13 \text{ mm/h}$$

t (h)	i (mm/h)	f (mm/h)	i_e (mm/h)	i_e (mm/h)	ΔP_e (mm)
0-1	12	27.13	12	0	0
1-2	12	10.59	10.59	1.41	1.41
2-3	12	8.35	8.35	3.65	3.65



Na osnovu gornje tabele zaključuje se da tokom prvih 1 h nema direktnog oticaja jer je visina efektvne kiše jednaka nuli, a da se efektivna kiša javlja u drugom i trećem jednočasovnom intervalu. To znači da se jednočasovni jedinični hidrogram primenjuje u drugom i trećem intervalu da bi se dobio ukupni hidrogram direktnog oticaja. Proračun je prikazan u donjoj tabeli.

t (h)	u (m ³ /s/mm)	Q_1 (m ³ /s)	Q_2 (m ³ /s)	Q_3 (m ³ /s)	Q (m ³ /s)
0	0	0			0
1	0.5	0	0		0
2	1	0	0.71	0	0.71
3	1.5	0	1.41	1.82	3.24
4	1.2	0	2.12	3.65	5.77
5	0.9	0	1.69	5.47	7.17
6	0.6	0	1.27	4.38	5.65
7	0.3	0	0.85	3.28	4.13
8	0	0	0.42	2.19	2.61
9			0	1.09	1.09
10				0	0



Zapremina otekle vode se dobija proračunom površine ispod hidrograma oticaja primenom trapeznog pravila, koje se u ovom slučaju svodi na:

$$V_o = \int Q dt = (0.71 + 3.24 + 5.77 + 7.17 + 5.65 + 4.13 + 2.61 + 1.09) \cdot 3600 = 109.31 \cdot 10^3 \text{ m}^3$$

Ukupna visina pale kiše iznosi 36 mm, dok je ukupna visina neto (efektivne) kiše $P_e = 1.41 + 3.65 = 5.06$ mm. Tada je koeficijent oticaja:

$$\eta = \frac{P_e}{P} = \frac{5.06}{36} = 0.14$$

Površina sliva se može dobiti na sledeći način:

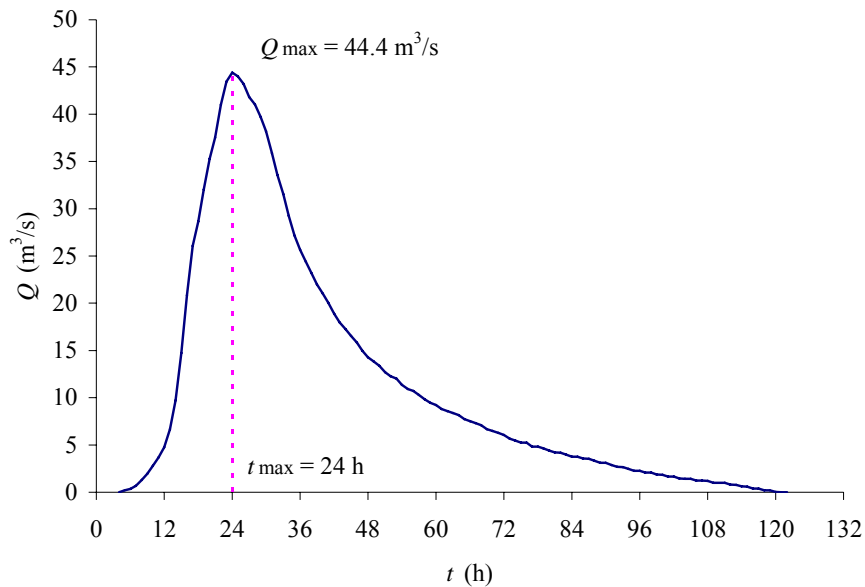
$$V_o = P_e \cdot A$$

$$A = \frac{V_o}{P_e} = \frac{109.31 \cdot 10^3}{5.06 \cdot 10^{-3}} = 21.6 \cdot 10^6 \text{ m}^2 = 21.6 \text{ km}^2$$

ZADATAK 4

Na slici 2 prikazan je osmotreni hidrogram direktnog oticaja sa sliva površine 325 km^2 usled jedne kišne epizode trajanja 12 časova. Zapremina otekle vode (površina ispod hidrograma) od početka direktnog oticaja do vremena maksimalne ordinate t_{\max} iznosi $1.2 \times 10^6 \text{ m}^3$, a od t_{\max} do prestanka direktnog oticaja iznosi $3.6 \times 10^6 \text{ m}^3$.

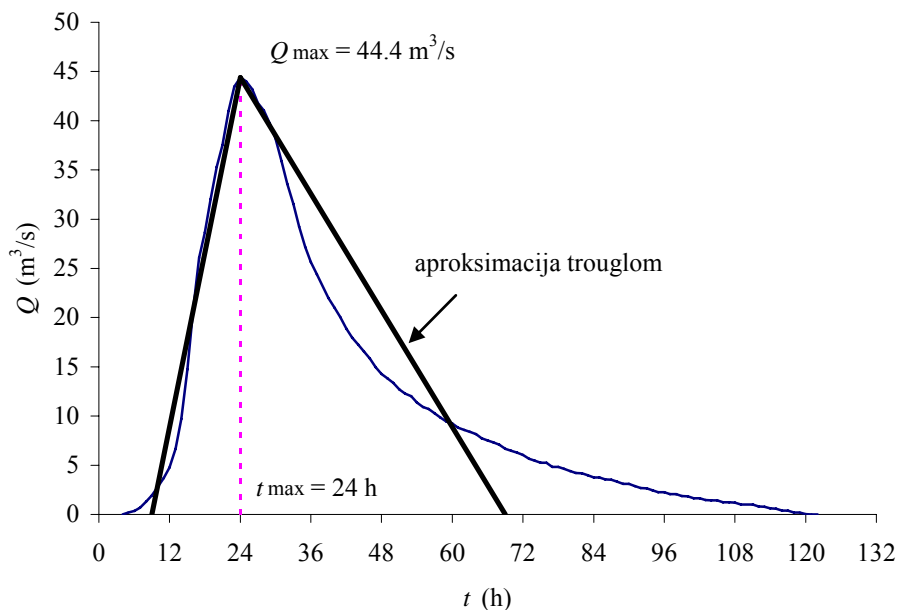
1. Na osnovu osmotrenog hidrograma direktnog oticaja konstruisati 12-časovni jedinični hidrogram u obliku trougla.
2. Na osnovu dobijenog jediničnog hidrograma, odrediti hidrogram direktnog oticaja od kišne epizode trajanja 24 sata u kojoj je tokom prvih 12 h palo 8.1 mm kiše, a tokom drugih 12 h je palo 5.4 mm. Za proračun efektivne kiše pretpostaviti konstantne gubitke (Φ -indeks) u iznosu od 0.1 mm/h. Nacrtati elementarne i ukupni hidrogram oticaja.



Slika 2.

Rešenje

1. Da bi se konstruisao 12-časovni jedinični hidrogram na osnovu osmotrenog hidrograma na gornjoj slici, najpre će se osmotreni hidrogram aproksimirati hidrogramom u obliku trougla. Takav aproksimirani hidrogram imaće istu maksimalnu ordinatu Q_{\max} , isto vreme pojave maksimuma t_{\max} i iste vrednosti zapremine otekle vode do t_{\max} i posle t_{\max} (videti sliku). Ono što treba odrediti jesu vreme podizanja T_p i vreme opadanja T_r trougaonog hidrograma.



Sledi:

$$V_1 = \int_0^{t_{\max}} Q dt = \frac{Q_{\max} T_p}{2} = 1.2 \cdot 10^6 \text{ m}^3 \rightarrow T_p = \frac{2V_1}{Q_{\max}} = \frac{2 \cdot 1.2 \cdot 10^6}{44.4} = 15 \text{ h}$$

$$V_2 = \int_{t_{\max}}^{\infty} Q dt = \frac{Q_{\max} T_r}{2} = 3.6 \cdot 10^6 \text{ m}^3 \rightarrow T_r = \frac{2V_2}{Q_{\max}} = \frac{2 \cdot 3.6 \cdot 10^6}{44.4} = 45 \text{ h}$$

Kako je vreme pojave maksimuma $t_{\max} = 24 \text{ h}$, to znači da trougaoni hidrogram ima početak u $t_1 = 24 - 15 = 9 \text{ h}$, i kraj u $t_2 = 24 + 45 = 69 \text{ h}$.

Ukupna zapremina otekle vode iznosi:

$$V_o = V_1 + V_2 = (1.2 + 3.6) \cdot 10^6 \text{ m}^3 = 4.8 \cdot 10^6 \text{ m}^3$$

a visina efektivne kiše:

$$P_e = \frac{V_o}{A} = \frac{4.8 \cdot 10^6}{325 \cdot 10^6} = 14.77 \text{ mm}$$

Maksimalna ordinata 12-časovnog jediničnog hidrograma tada iznosi:

$$u_{\max} = \frac{Q_{\max}}{P_e} = \frac{44.4}{14.77} = 3 \text{ m}^3/\text{s}/\text{mm}$$

2. Proračun efektivne kiše za kišnu epizodu trajanja 24 h

t (h)	ΔP (mm)	i (mm/h)	Φ (mm/h)	i_g (mm/h)	i_e (mm/h)	ΔP_e (mm)
0-12	8.1	0.675	0.1	0.1	0.575	6.9
12-24	5.4	0.45	0.1	0.1	0.35	4.2

Maksimalne ordinate elementarnih hidrograma za dva bloka kiše od 12 sati:

$$Q_{\max 1} = u_{\max} \cdot P_{e1} = 3 \cdot 6.9 = 20.7 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$Q_{\max 2} = u_{\max} \cdot P_{e2} = 3 \cdot 4.2 = 12.6 \text{ m}^3/\text{s}$$

Prvi elementarni hidrogram počinje u $t = 9 \text{ h}$, ima maksimum u $t = 24 \text{ h}$ i kraj u $t = 69 \text{ h}$. Drugi elementarni hidrogram je pomeren za 12 h, odnosno počinje u $t = 21 \text{ h}$, ima maksimum u $t = 36 \text{ h}$ i kraj u $t = 81 \text{ h}$. Slaganjem elementarnih hidrograma dobija se složeni hidrogram oticaja od ove kišne epizode.

t (h)	u (m ³ /s/mm)	Q_1 (m ³ /s)	Q_2 (m ³ /s)	Q (m ³ /s)
0	0	0		0
9	0	0		0
12	0.6	4.14	0.00	4.14
21	2.4	16.56	0.00	16.56
24	3.0	20.70	2.52	23.22
36	2.2	15.18	12.60	27.78
48	1.4	9.66	9.24	18.90
60	0.6	4.14	5.88	10.02
69	0	0	3.36	3.36
72	0	0	2.52	2.52
81	0	0	0	0

