

УНИВЕРЗИТЕТ У БЕОГРАДУ
ГРАЂЕВИНСКИ ФАКУЛТЕТ



МАСТЕР РАД

Физички модел транспорта растворене
материје у проводницима под притиском са
локалним поремећајима струје

Ментор:
Доц. Ненад Јаћимовић, дипл. грађ. инж.

Студент:
Милан Калајџић 600/12

Београд, јул 2013

САДРЖАЈ:

1. УВОД	3
2. ТЕОРИЈЕСКЕ ОСНОВЕ ЛИНИЈСКОГ ТРАНСПОРТА РАСТВОРЕНЕ МАТЕРИЈЕ У ПРОВОДНИЦИМА ПОД ПРИТИСКОМ	4
3. ИЗРАДА ФИЗИЧКОГ МОДЕЛА ТРАНСПОРТА	7
3.1. Одређивање димензија физичког модела	7
4. МЈЕРЕЊЕ НА ФИЗИЧКОМ МОДЕЛУ	10
4.1. Опрема за мјерење	11
4.1.1. DCdpm уређај	11
4.1.2. WTW сонде	14
4.2. Калибрација мијерне опреме	15
1.1.1. Веза између напона и електро проводљивости	16
4.2.1. Веза између температуре и отпорности	17
4.3. Одређивање калибрационе криве (праве) за сонде	18
4.3.1. Калибрациона крива за сонду S1	19
4.3.2. Калибрациона крива за сонду S2	20
4.4. Утицај сонде S1 на струјање у проводнику	21
5. ПРИЈЕДЛОГ МАТЕМАТИЧКОГ МОДЕЛА ЛИНИЈСКОГ ТРАНСПОРТА РАСТВОРЕНЕ МАТЕРИЈЕ	22
5.1. Метод коначних запремина	24
5.1.1. Схема првог реда тачности	24
5.1.2. Схема другог реда тачности	26
5.1.3. Поређење схема првог и другог реда тачности	28
5.2. Математички модел линијског транспорта са локалним поремећајем струје	29
5.2.1. Поређење математичког модела транспорта са и без локалног поремећаја	31
6. МОДЕЛИРАЊЕ СОПСТВЕНИХ ЕКСПЕРИМЕНАТА	32
6.1. Моделирање транспорта растворене материје у проводницима под притиском без локалних поремећаја струјања	32
6.2. Моделирање транспорта растворене материје у проводницима под притиском са локалним поремећајима струјања	37
6.2.1. Моделирање са отвором на прегради површине 75% од површине попречног пресека проводника	39
6.2.2. Моделирање са отвором на прегради површине 50% од површине попречног пресека проводника	43
7. ЗАКЉУЧАК	47
8. ЛИТЕРАТУРА	48

9. ДОДАТАК А – МАТЛАВ ФУНКЦИЈЕ	49
9.1. Matlab функција – транспорт растворене материје у проводницима под притиском, схема првог реда тачности	50
9.2. Matlab функција – транспорт растворене материје у проводницима под притиском, схема другог реда тачности	51
9.3. Matlab функција – транспорт растворене материје у проводницима под притиском са локалним поремећајем струјања	53
10. ДОДАТАК Б – СЛИКЕ ИЗРАЂЕНОГ МОДЕЛА	55

1. УВОД

Законитости течења подземних токова у карстним предјелима у потпуности се разликује од течења у интергрануларној средини. У хидрауличком смислу, ово се течење боље описује законитостима течења у каналима (цијевима) под притиском и са слободном површином, него класичним течењем кроз порозну средину. Моделирање токова подземних вода у карстним срединама тежак је и веома сложен посао. За разлику од подземних вода у интергрануларним срединама, за које се релативно и са довољном тачношћу могу одредити карактеристике тока, карсне средине карактерише велики број извора, понора, еставела и подземних канала различитих величина (од канала-прслине пречника неколико милиметара, до канала чији су пречници у појединим пресјецима и до неколико десетина метара).

Трасерска истраживања представљају један од основних начина утврђивања хидрауличких карактеристика карсних проводника под притиском. Због неправилне геометрије проводника долази до деформације таласа на мјерним пресјецима, што уноси неодређеност код одређивања хидрауличких карактеристика проводника. Управо је и задатак овог рада да смањи неодређеност код трасерских истраживања и да се предложи линијски модел транспорта који се може користити за моделирања транспорта растворених материја у оваквим условима.

У оквиру рада израђен је физички модел проводника под притиском са мјерењем концентрације трасера (растворене соли) на улазу и излазу из проводника. На моделу је испитивана трансформација таласа концентрације растворене соли дуж проводника уз присуство локалног поремећаја струје.

2. ТЕОРИЈЕСКЕ ОСНОВЕ ЛИНИЈСКОГ ТРАНСПОРТА РАСТВОРЕНЕ МАТЕРИЈЕ У ПРОВОДНИЦИМА ПОД ПРИТИСКОМ

Транспортна једначина представља закон одржања масе примјењен на супстанцу која се транспортује. Одржање масе транспортоване супстанце може да се посматра у елементарној запремини: промјена количине супстанце, $\frac{\partial m}{\partial t}$ једнака је разлици масеног флукса који улази и оног који излази из запремине, $-\text{div}(\vec{F})$, као и промјени количине супстанце услјед настанка и/или распада материје, S .

$$\frac{\partial m}{\partial t} = -\text{div}(\vec{F}) + S \quad (2.1)$$

Механизам којима се материја транспортује у проводницима под притиском су адвекција (конвекција) и дисперзија (дифузија).

ФЛУКС неке физичке величине представља количину те величине која се транспортује у јединици времена кроз јединицу површине која је нормална на правац транспорта.

У линијском транспорту растворене материје флукс је послједица два механизма транспорта: адвекције и дисперзије.

Адвекција (конвекција) је транспорт материје који настаје као послједица струјања воде одређеном брзином. Утицај адвекције на транспорт материје је приказан на Слици 2.1 горе.

$$\vec{F}_{adv} = c \cdot \vec{v} \quad (2.2)$$

Гдје је: c концентрација материје која се транспортује $[M/L^3]$ и v је линијска брзина струјања $[L/T]$.

Дисперзија (дифузија) је флукс који настаје услјед разлике у концентрацији супстанце у различитим тачкама, може се представити као (Fick-ov закон):

$$\vec{F}_{dis} = D_{dis} \overrightarrow{grad} c \quad (2.3)$$

Гдје је: D_{dis} - коефицијент молекуларне дисперзије $[L^2/T]$ и $\overrightarrow{grad} = \frac{\partial}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial}{\partial z} \vec{k}$

Особине адвекције:

- Је транспорт величине током
- Не постоји у флуиду који мирује
- Све величине (маса, енергија ...) се преносе адвекцијом
- Има правац и пропорционална је вектору брзине
- Везана је за први извод по простору
- Углавном је нелинеарна, јер брзина често зависи од величине која се транспортује

Особине дисперзије:

- Описује ефекат судара молекула
- Постоји и када флуид мирује
- Није везана за правац, транспорт је усмјерен према концентрацији/распореду својства величине
- Везана је за други извод по простору (промјена градијента величине)
- Углавном је линеарна (коэффициент дисперзије се не мјења)

На Слици 2.1 доле је приказн утицај дисперзије на транспорт материје у цијевима под притиском.

Укупан флуks је једнак збиру ова два флуksа:

$$\vec{F} = \vec{F}_{adv} + \vec{F}_{dis} \quad (2.4)$$

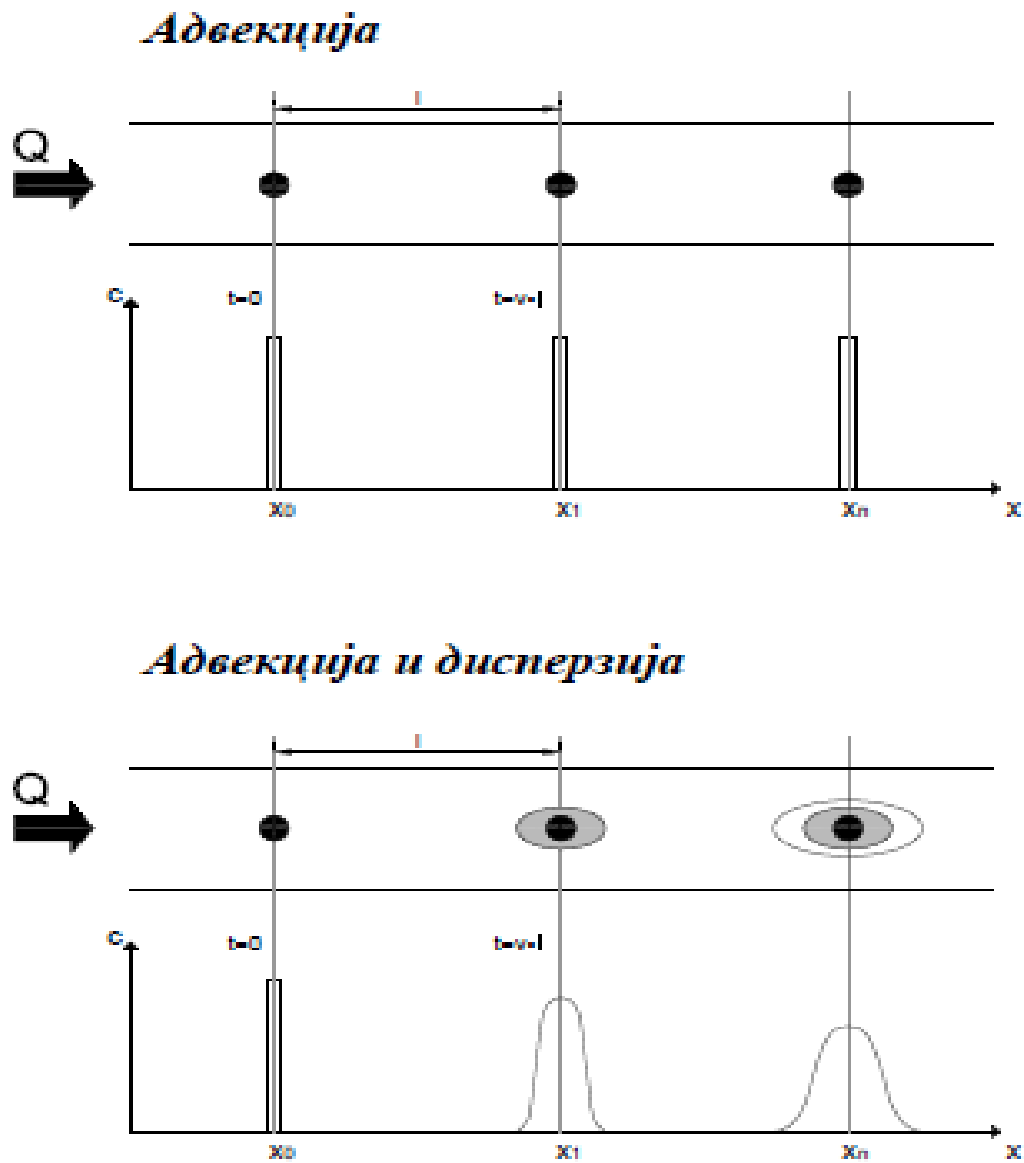
Транспортна једначина која описује линијски транспорт материје при течењу воде под притиском у цијевима представља парцијална диференцијална једначина:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = D_{dis} \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} - v \frac{\partial c}{\partial x} \quad (2.5)$$

Гдје су:

- c – концентрација растворене материје
- t – вријеме
- D_{dis} – коэффициент дисперзије
- v – брзина флуида

Први члан једначине (2.5) са десне стране представља дисперзију док други члан представља адвекцију.



Слика 2.1: Утицаји адвекције и дисперзије на транспорт растворене материје.

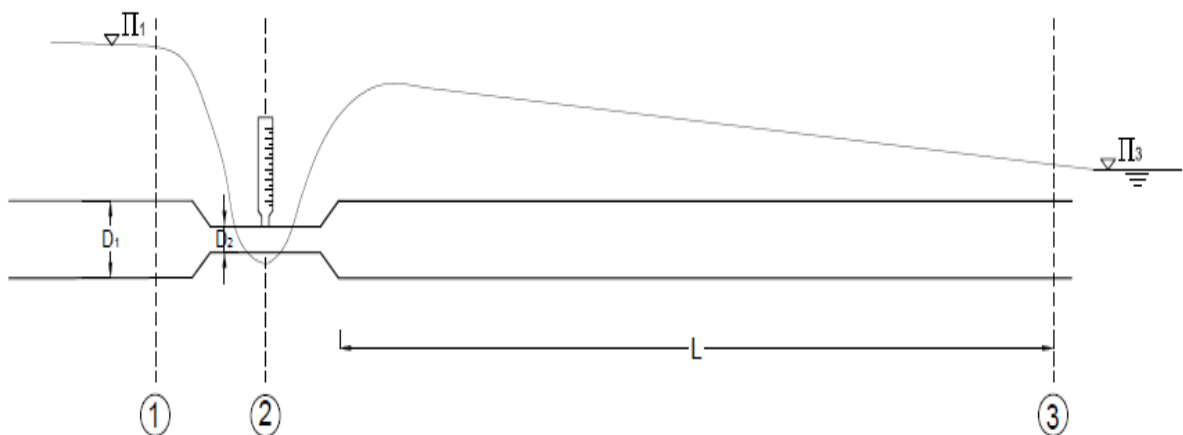
3. ИЗРАДА ФИЗИЧКОГ МОДЕЛА ТРАНСПОРТА

Модел неког објекта или, тачније речено, моделирање неког процеса – мора испуњавати услов да су модел и објекат међусобно слични, а сличност треба схватити као могућност преношења са модела на објекат и обратно. Модел је све оно на чему се процеси проучавају, а објекат је све оно на шта се резултати са модела преносе.

3.1. Одређивање димензија физичког модела

Модел се састоји од три дијела, улазне цијеве пречника 32mm на којој се налази мјерач протока, средње кружног профила и теће (састоји се из три дијела) квадратног попречног профила. Потребно одредити димензије другог и трећег дијела хидрауличким прорачуном. Поред боце за дозирање трасера која се налази на средњој цијеву на моделу се налазе и отвори за двије сонде које мјере промјену концентрације трасера у времену. Прва и друга цијев су од метала а трећа је прављена од плексигласа дебљине 8 mm.

Потребно је одредити димензије средње цијеву тако да у њој дође до подпритиска ради лакшег утискивања трасера у систем. Димензије модела уз почетна усвајања као што су дужине цијеву и брзина одређена су хидрауличким прорачуном. Схема модела дата је на Слици 3.1



Слика 3.1: Схема физичког модела транспорта материје у цијевима.

Да би се одредила пијезометарска кота у профилу 1 потребно је искористити закон одржања енергије (Бернулијеву једначину) између профила 1 и 3:

$$E_1 = E_3 + \Delta E_{1-3}, \quad (3.1)$$

која се може написати у слиједећем облику:

$$Z_0 + P_1 + \frac{v_1^2}{2g} = Z_0 + P_3 + \frac{v_3^2}{2g} + \Delta E_{1-3}. \quad (3.2)$$

Губитак енергије је једнак збиру локалног и линијског губитка:

$$\Delta E_{1-3} = \Delta E_{\text{локално}} + \Delta E_{\text{линијско}} \quad (3.3)$$

Линијски губици престављени су преко Дарси-Вајзбахове формуле (Darcy и Weissbach):

$$\Delta E_{\text{линијско}} = \lambda \frac{l}{D} \frac{v_1^2}{2g} \quad (3.4)$$

Локални губици се јављају на мјестима промјене попречног пресека: сужење на крају прве цијеви, проширење на крају друге и сужење на крају треће цијеви. И рачунају се као :

$$\Delta E_{\text{локално}} = (2 \cdot \xi_{\text{сужења}} + \xi_{\text{проширења}}) \frac{v_2^2}{2g} \quad (3.5)$$

гдје је:

$$\xi_{\text{проширења}} = \eta_p \left(1 - \frac{A_2}{A_1}\right)^2 \quad \text{и} \quad \xi_{\text{сужења}} = \frac{1}{2} \eta_s \left(1 - \frac{A_2}{A_1}\right)^2. \quad (3.6)$$

Коефицијенти η_p и η_s су у функцији угла који затварају изводнице проширења са онима на правој цијеви односно изводнице сужења.

Након одређивања пијезометарске коте у профила 1 потребно је одредити пречник средње цијеви, као што је већ речено на том мјесту треба да се јави подпритисак ради лакшег утискивања трасера у систем, пијезометарска кота у профилу 2 мора да буде бар једнака доњој ивици цијеви. Одакле је:

$$P_2 = \frac{D_2 - a_3}{2} \quad (3.7)$$

Примјенм Бернулијеве једначине између профила 1 и 2:

$$Z_0 + P_1 + \frac{v_1^2}{2g} = Z_0 + P_2 + \frac{v_2^2}{2g} + \Delta E_{1-2} \quad (3.8)$$

гдје се губици рачунају аналогно једначини (3.3), са тим што се занемарују линијски губици ради малог растојања између два профила:

$$\Delta E_{1-2} = \Delta E_{\text{локално}} \quad (3.9)$$

До губитка енергије долази на сужењу између прве и друге цијеви:

$$\Delta E_{\text{локално}} = \xi_{\text{сужења}} \frac{v_2^2}{2g}, \quad (3.10)$$

гдје је:

$$\xi_{\text{сужења}} = \frac{1}{2} \eta_s \left(1 - \frac{A_2}{A_1}\right)^2 \quad (3.11)$$

Резултати хидрауличног прорачуна приказани су у Табели 3.1.

v1[m/s]	Q[l/s]	a1[cm]	a2[cm]	П1	E1	П2	E1`	E1-E1`
0.2	0.98	7	1.1	4.656	4.658	0.030	4.647	0.011
	1.13	7.5	1.15	5.127	5.123	0.032	5.129	0.000
	1.28	8	1.25	4.761	4.763	0.034	4.758	0.004
0.25	1.23	7	1.3	3.700	3.703	0.029	3.708	0.005
	1.41	7.5	1.4	3.627	3.630	0.031	3.635	0.005
	1.60	8	1.5	3.564	3.567	0.033	3.573	0.006
0.3	1.47	7	1.6	2.321	2.325	0.027	2.316	0.009
	1.69	7.5	1.7	2.396	2.401	0.029	2.397	0.004
	1.92	8	1.8	2.465	2.470	0.031	2.471	0.001
0.35	1.72	7	1.8	1.953	1.960	0.026	1.958	0.001
	1.97	7.5	1.9	2.068	2.074	0.028	2.081	0.007
	2.24	8	2.1	1.805	1.812	0.030	1.807	0.005
0.4	1.96	7	2	1.658	1.666	0.025	1.670	0.004
	2.25	7.5	2.2	1.501	1.509	0.027	1.504	0.005
	2.56	8	2.3	1.618	1.627	0.029	1.632	0.005

Табела 3.1: Хидраулички прорачун димензија модел.

Усвојене оптималне вриједности из хидрауличног прорачуна су:

- $a1=8 \text{ cm}$
- $a2=1.8 \text{ cm}$
- $v1=0.3 \text{ m/s}$
- $Q=1.92 \text{ l/s}$
- $П3=0.2 \text{ m}$

У Додатку Б приказане су слике изведеног физичког модела транспорта материје у проводницима под притиском.

4. МЈЕРЕЊЕ НА ФИЗИЧКОМ МОДЕЛУ

Овај експеримент се заснива на мјерењима, мјерење је упоређивање неке физичке величине са другом количином исте физичке величине која је узета за јединицу мјере. По начину на који се долази до вриједности мјерене физичке величине, сва мјерења можемо подјелити на *директна* и *индиректна*.

Директно мјерење је мјерење при ком, како му само име каже, директно читавамо вриједности физичке величине са одговарајућег аналогног или дигиталног инструмента. На примјер мјерење температуре термометром. Док индиректно мјерење је мјерење при ком вриједност неке физичке величине одређујемо посредним путем, преко неке формуле која је повезује са другим величинама које обично мјеримо директним путем што је случај у овоме задатку. У табели 4.1 приказани су резултати који се добијају мјерењем у овоме задатку.

Проводност S1	Проводност S2	Осредњена проводност S1	Осредњена проводност S2	Температура	Вријеме
+8.446640E-06	+7.240878E-05	+8.451003E-06	+7.244971E-05	+1.785776E+01	+5.797080E+05
+8.449070E-06	+7.244773E-05	+8.451003E-06	+7.244971E-05	+1.784674E+01	+5.797080E+05
+8.446721E-06	+7.244773E-05	+8.451003E-06	+7.244971E-05	+1.785739E+01	+5.797080E+05
+8.448578E-06	+7.243991E-05	+8.451003E-06	+7.244971E-05	+1.784897E+01	+5.797090E+05

Табела 4.1: Величине које се мјере.

4.1. Опрема за мјерење

Опрема за мјерење се састоји од DCdpm уређаја на који су прикопчане двије WTW сонде за мјерење електро проводљивости. Апаратура која је коришћена приказана је на Слици 4.1.



Слика 4.1: Мијерна опрема која је коришћена у раду.

4.1.1. DCdpm уређај

DC инструменти су програмибилни индустријски инструменти. Могу се примјењивати за мјерења силе, температуре, притиска, протока, напона, фреквенције и других физичких величина које се могу претворити у напон, фреквенцију или временски импулс. Хардвер овог уређаја чине хардверска картица и дисплеј на коме се могу пратити измјерене вриједности. У језгро трансмитера налази се FLASH меморија у коју је смјештен DCPI интерпретер и апликацијски код. Резултати мјерења су физичке величине: напони у волтима, фреквенција у херцима и времена у секундама. Испис резултата у локалу оумгуђује LE дисплеј од осам цифара.

Извршни програм се уноси преко серијског порта у текстуалном облику. Потребан услов за (ре)програмирање апликацијског кода је унос лозинке од десет алфанумеричких карактера. По уносу лозинке инструмент се откључава у едитор моду.

За уређај који је коришћен у овом раду лозинка је *key 20705 tctscj*.

Као што је већ наведено у сваки DC трансмитер је уграђен DCPI интерпретер (DC Programable Instrument). DCPI интерпретер обезбјеђује брзо и једноставно програмирање уређаја мјерноуправљачким задатком. Интерпретер одликује велика брзина извођења инструкција, проста синтакса и висок ниво уграђених функција. Ријешење мјерноуправљачког задатка се своди на писање низа инструкција.

Извршни код се извршава циклично. Програмски језик DCPI је сличан осиромашеним верзијама бејзика. Синтакса језика и дужина командног кода су редуцирани у циљу постизања што веће брзине извршавања.

Посебан дио је едитор (монитор) програм серијског интерфејса који обезбјеђује:

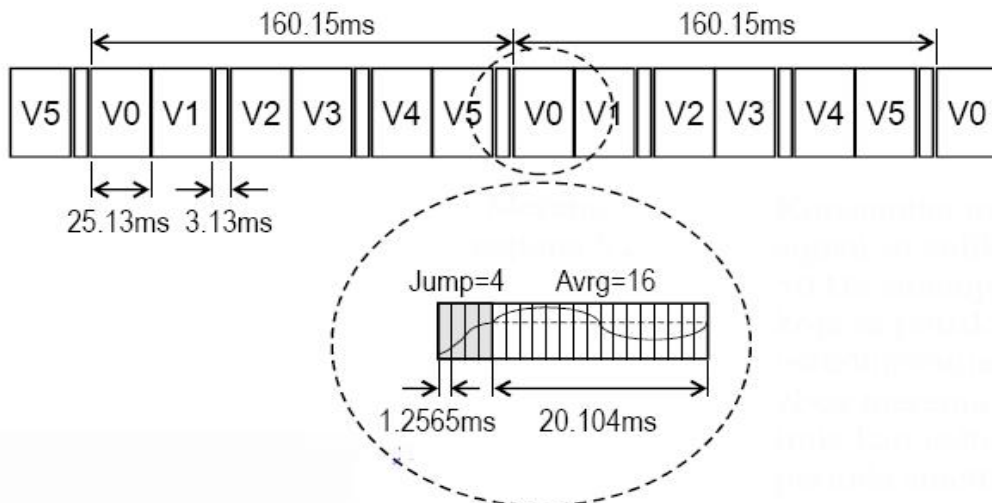
- Комуникацију са надзорним рачунаром у заштићеном и незаштићеном моду
- Подршку за мрежни рад поступком прозивања
- Програмирање картице са надзорног рачунара са могућношћу:
 - Едитовање линија програма
 - Снимање и читавање програма на хард диск или интерни диск
 - Брисање хардверске меморије
 - Форматирање интерног диска и штампање записа
 - Закључвање и одкључвање трансмитера
 - Помоћ кориснику при писању програма
 - Програмирање IR табеле

Под монитор (едитором) програмом подразумјева се скуп наредби које су подржане на страни серијског порта а омогућавају програмирање инструмента и тестирање цјелине. Списак команди које су коришћене и њихово значење дате су у Табели 4.2

СИНТАКСА КОМАНДЕ	ФУНКЦИЈА
KEY лозинка	Откључавање се врши кључном ријечју KEY и лозинком
Ctrl^S	Гаси ехо
Ctrl^Q	Пали ехо
Ctrl^C	Прекид исписа
SCAN бр.линије вриједност	Омогућује увид у вриједност промјењиве из неке одређене линије
LIST	Излистава цијели код програма или дио ако му
LIST од до	поред команде задамо границе
SAVE 1...7	Наредбе за снимање и читавање програма са
LOAD 1...7	порта на коме има 7 верзија програма
P константа	Стампа вриједност константе

Табела 4.2: Команде и њихове функције

Позадинске мјерне активности и апликацијски програм извршавају се циклично. Све мјерне апликације се одвијају прекидима. Програм се извршава у оквиру главне петље интерпретера. Накаон извршавања задњег сегмента пресликавају се мјерни резултати из мјерних у процесне величине и врши се позив извршног кода. На Слици 4.2 приказан је временски циклус у коме се види трајање мјерног циклуса од 160.15 ms. V0 и V1 служе за мјерење напона на сонди један, вриједност напона је једнака разлици ова два, после се ти напони прерачунавају у електро проводљивост. Исти принцип је и за другу сонду само се умјесто V0 и V1 узимају V2 и V3. Друга сонда може да мјери и температуру и то врши помоћу мјерења разлике напона V4 и V5 и накнадног прерачунавања. Константан мјерни сигнал са великом 50 Hz сметњом приказан је на детаљу слике и она (сметња) се потискује осредњавањем мјерења које траје као једна периода сметње.



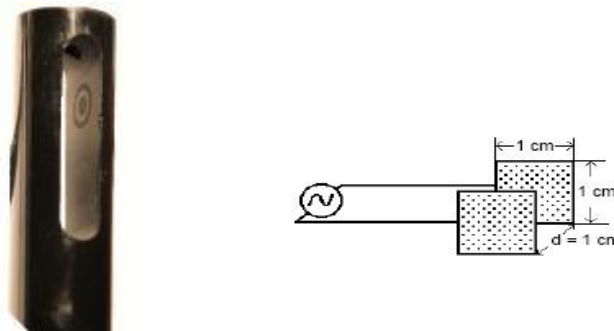
Слика 4.2 : Временски циклус мјерења.

4.1.2. WTW сонде

Ове сонде се користе за мјерење електро проводљивости како у лабораторијским тако и на теренским мјерењима. Електро проводљивост бројно изражава способност посматраног узорка воде да проводи струју. Она представља реципрочну вриједност од електричног отпора. Јединица мјере за електро проводљивости воде је S/cm (сименс по центиметру). Пошто је сименс веома велика јединица, водени узорци се обично мјере у микросименсима. Ова способност воде у директној је вези са присуством јона у води, односно њиховом концентрацијом и температурм воде. Проводљивост је један од најлакших еколошких испитивања водених узорака.

WTW сонде се између осталог користе за одређивање директне везе између електро проводљивости и јонске концентрације у воденом раствору, могу концентрације непознтог узорка утврдити.

Ове сонде садрже графитну електроду на којој су видљива два круга, који се налазе са обје стране, Слика 4.3. Већи круг служи са довођење побуде (наизмјенична струја). У сваком циклусу наизмјеничне струје поларитет електрода је обрнута, ова веома важна карактеристика ових сонди спријечава електролизу и поларизацију на електродама. Мањи круг је сензор који региструје промјену напона а после се трансформише у електро проводљивост.



Слика 4.3: Принцип рада сонде.

За рачунање електро проводљивости користи се следећа формула:

$$EC = G \cdot kc \quad (4.1)$$

$$kc = d/A \quad (4.2)$$

G – проводност

kc – константа ћелије

d – растојање између сензора

A – површина ћелије

4.2. Калибрација мијерне опреме

Да би мјерења била поуздана потребно је извршити калибрацију мјерне опреме. Калибрација је скуп операција које под одређеним условима успостављају однос између вриједности које показује мјерни инструмент или вриједност које представља материјализована мјера. У овом раду су вршена индиректна мјерења, мјерен је напон. Измјерени напон је трансформисан у електро проводљивост, електро проводљивост у концентрацију.

1.1.1. Веза између напона и електро проводљивости

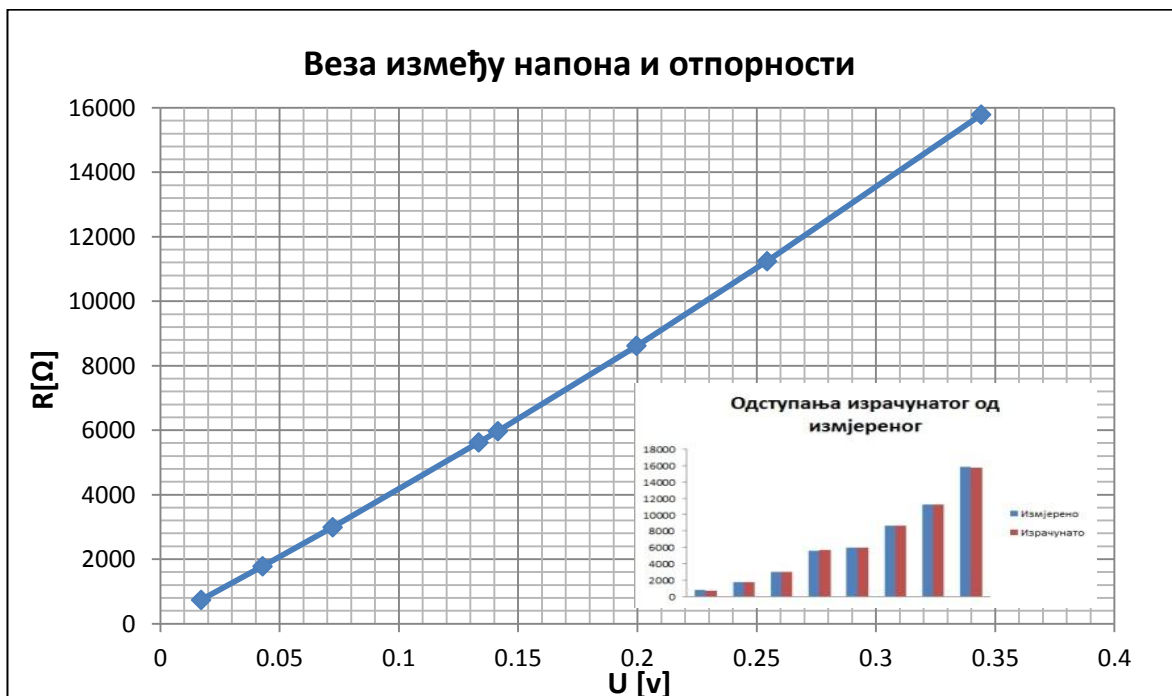
Као што је већ речено уређај мјери само напон. Веза између напона и електро отпорности је представљена формулом :

$$R = \frac{p_6}{\frac{p_4 - U}{U \cdot p_1} - p_3} \quad (4.3)$$

Гдје су: R – електро отпорност [kΩ], U – напон [v] и коефицијенте p1, p3, p4 и p6 које је потребно одредити. Калибрација је обављена тако што су се за познате вриједности отпорности отпорника(измјерених помоћу омметра) који су прикопчавани на електронику мјерног уређаја очитаване вриједности напона. Коефицијенти су одређени методом најмањих квадрата и добијене су вриједности:

- p1=9586
- p3=0.0000005
- p4=2.75
- p6=11.5

На Дијаграму 4.1 могу се видјети резултати мјерења, зависност између напона и отпорности као и поређење измјерених и израчунатих вриједности.



Дијаграм 4.1: Веза између напона и електро отпорности.

4.2.1. Веза између температуре и отпорности

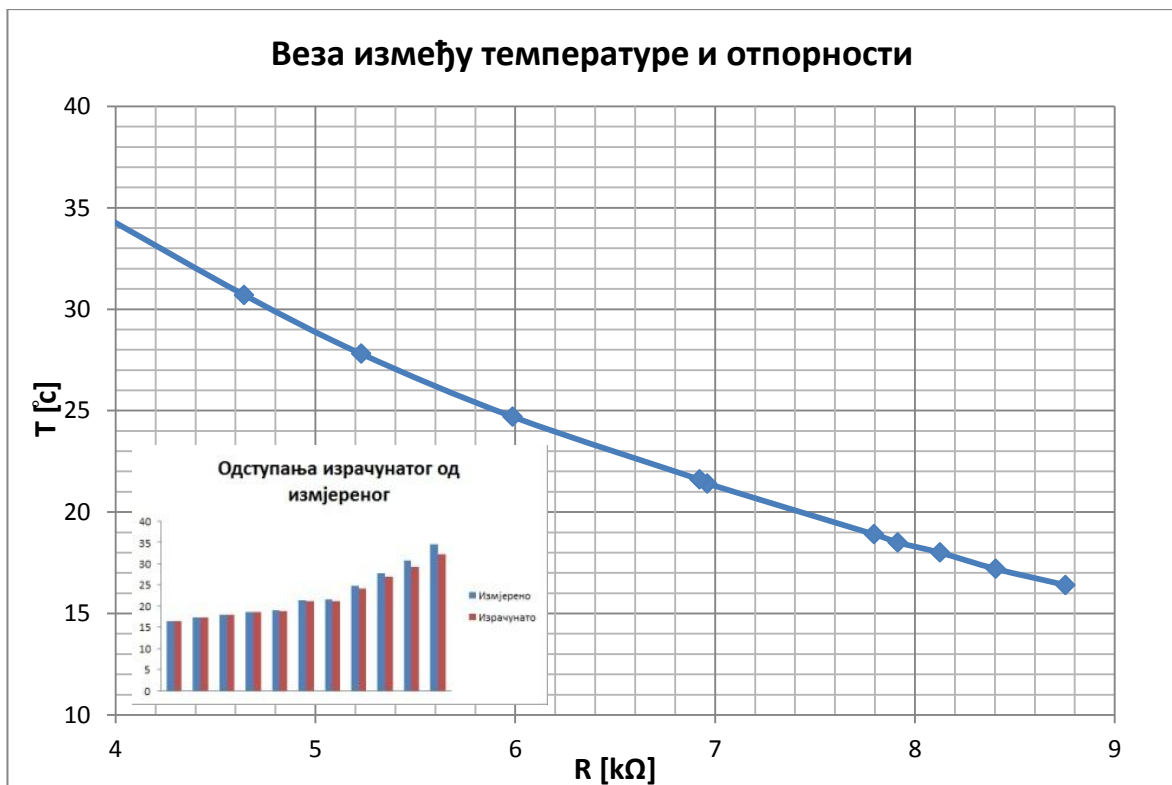
Установљено је да температура има јако велики утицај на измјерене вриједности и да се оне морају кориговати. Веза је описана Steinhart-Hart једначином:

$$T = \frac{1}{a + \ln R \cdot (b + c \cdot \ln R^2)} - 273.15 \quad (4.4)$$

Гдје су: T- температура [c], R- електро отпорност [kΩ] и коефицијенти a, b и c које је потребно одредити. Ток калибрације, сонда која има сезор за мјерење температуре урођена је у посуду са водом којој се прво додао лед а затим постепено додавала топла вода. У исто су вријеме регистроване вриједности теperature на термометру који се налазио у посуду и вриједности електро отпорности на рачунару. Коефицијенти a, b и c одређени су методом најмањих квадрата и поклапали су се са предложеним вриједностима:

- $a = 0.003011$
- $b = 0.0001825$
- $c = 0.000004462$

Међусобна зависност је приказана на Дијаграму 4.2, као и поређење добијених вриједности и измјерених вриједности.



Дијаграм 4.2: Утицај температуре на електро отпорност

4.3. Одређивање калибрационе криве (праве) за сонде

Калибрациона крива (права) има облик :

$$C = k \cdot EC + n \quad (4.5)$$

Гдје су: C - концентрација соли у раствору [mg/l], EC - електро проводност раствора [$\mu\text{S}/\text{cm}$], k – нагиб калибрационе криве, n – одсјечак на y оси. У процесу калибрације потребно је одредити калибрационе факторе k и n . Концентрација се даље може одредити помоћу формуле:

$$C(t) = k \cdot (EC(t) - EC_b) \quad (4.6)$$

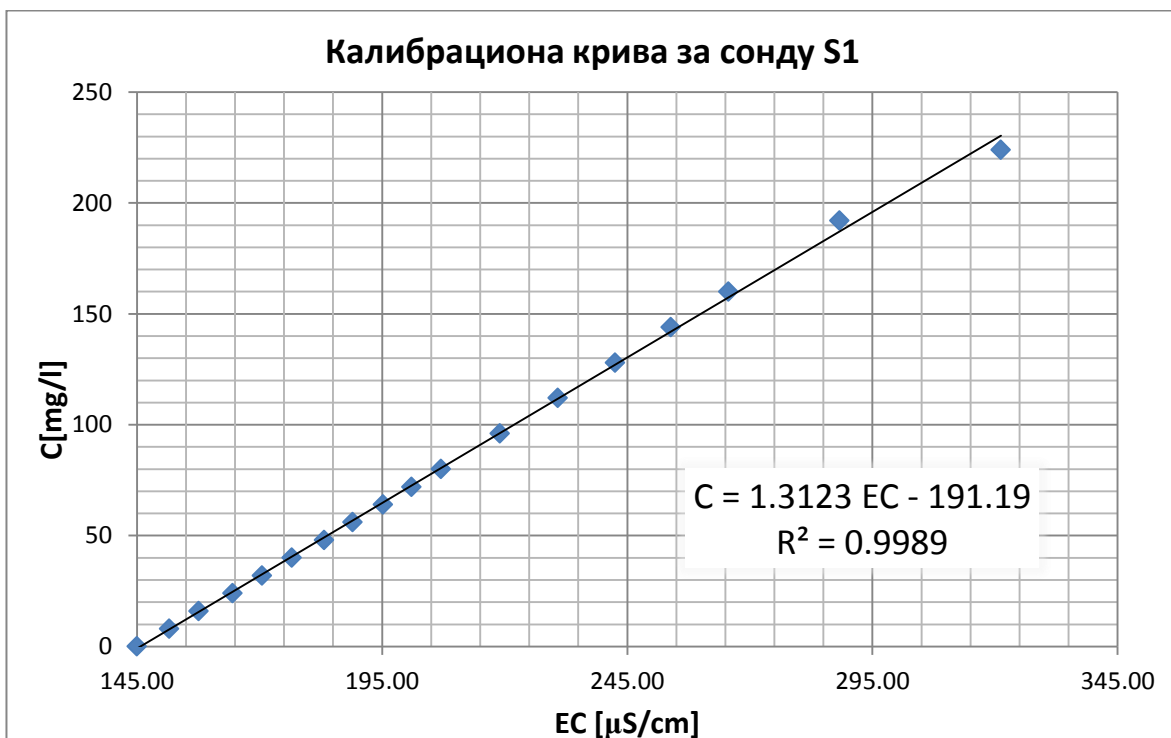
Гдје је EC_b базна електро проводност док је EC измјерена електро проводност у поступку мјерења. Калибрација сонди је обављена на следећи начин: припремљен је раствор од 4 gr/l кухињске соли у дестилованој води. У посуду са водом која је узета из базена и која ће се користити у мјерењима уроњене су соде. У посуду је додавано по 1 ml припремљеног раствора и очитане су вриједности електро проводности са рачунара. Тако се добила зависност између концентрације и електро проводности.

4.3.1. Калибрациона крива за сонду S1

За сонду S1 добијена је зависност:

$$C = 1.3123EC - 191.19 \quad (4.7)$$

На Дијаграму 4.3 приказана је калибрациона крива за сонду S1.



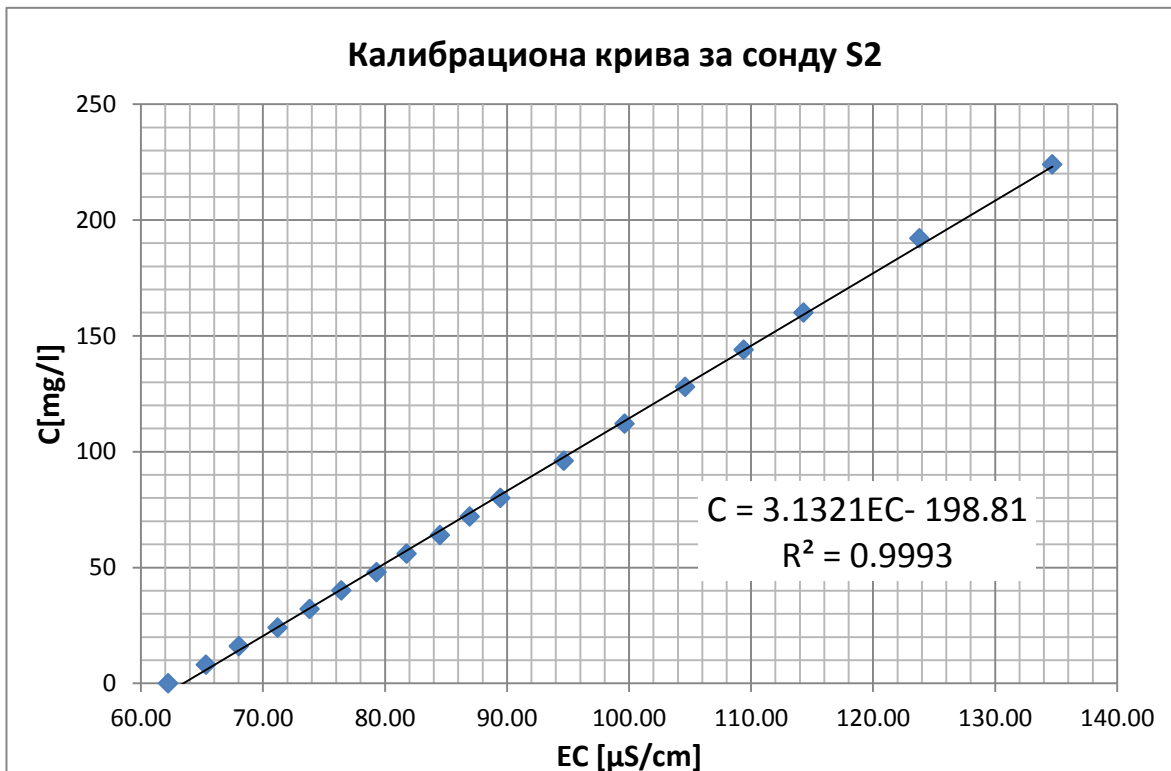
Дијаграм 4.3: Калибрациона крива за сонду S1.

4.3.2. Калибрациона крива за сонду S2

За сонду S2 добијена је зависност:

$$C = 3,1321EC - 198,81 \quad (4.8)$$

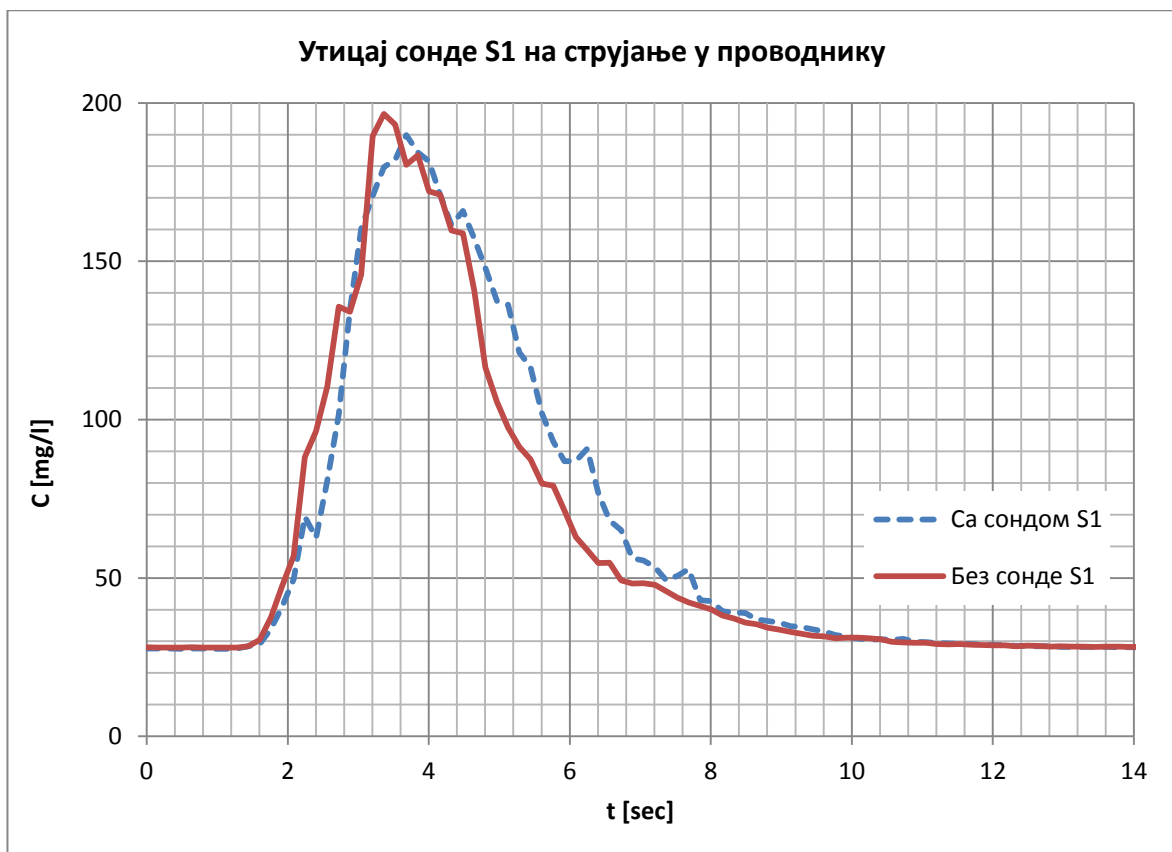
На Дијаграму 4.4 приказана је калибрациона крива за сонду S2.



Дијаграм 4.4: Калибрациона крива за сонду S2.

4.4. Утицај сонде S1 на струјање у проводнику

Сонда S1 је уроњена у проводник и својим присуством ремети струјну слику у самом проводнику и тако уноси неодређеност у мјерења. Да би се сагледао утицај сонде, извршена су мјерења са сондом и без ње при истом проток са истим временом дозирања трасера у систем. Резултати овог поређења приказани су на Дијаграму 4.5, уочљиво је да сонда успорава сам талас трасера и самим тим га развлачи.



Дијаграм 4.5: Утицај сонде S1 на струјање у проводнику.

5. ПРИЈЕДЛОГ МАТЕМАТИЧКОГ МОДЕЛА ЛИНИЈСКОГ ТРАНСПОРТА РАСТВОРЕНЕ МАТЕРИЈЕ

Транспортна једначина:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = D_{dis} \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} - v \frac{\partial c}{\partial x} \quad (5.1)$$

у општем случају нема аналитичко ријешење и ријешава се нумерички. Ријешавање адвекционо – дисперзионе једначине ће зависити од међусобног односа, однос јачине сваког од транспортних механизма понаособ. Peclet – ов број је индикатор релативне јачине адвекционог флукса према дисперзионом флуксу.

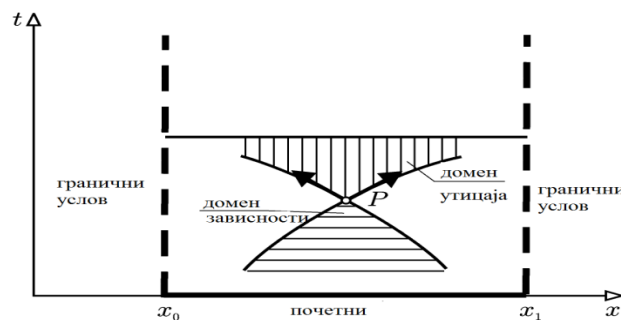
$$Pe = \frac{v}{D/L} \quad (5.2)$$

Гдје је:

- v – референтна брзина [L/T]
- D – коефицијент дисперзије [1/T]
- L – референтна дужина [L]

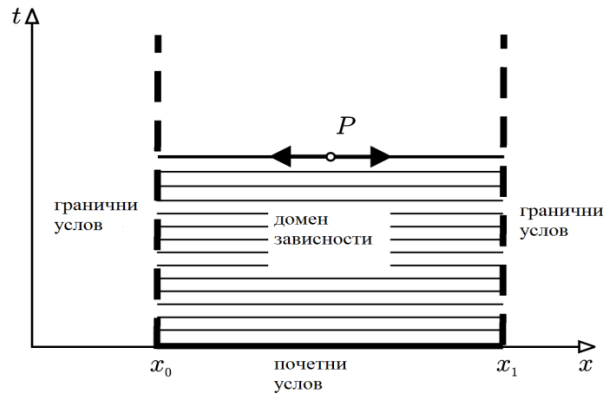
Величина Peclet – овог броја много већа од 1 је индикатор изразите адвекције, док јако мали број говори да се ради о дисперзији. Транспортна једначина са израженом адвекцијом припада хиперболичком типу једначина, док недостатак адвекције уз присуство дисперзије чини једначину елиптичном. Присуство адвекције и дисперзије, у случају када дисперзија није занемарљива чини једначину параболичном. Разлика у ова три типа једначина је у квалитету карактеристика.

Хиперболичне – постоје двије карактеристике у свакој тачки гдје постоји ријешење. Карактеристике су криве линије дуж којих путују информације. Дуж карактеристике, парцијална диференцијална једначина постаје обична диф. једначина. Домен зависности приказан је на Слици 5.1, за сваку тачку P , двије карактеристике које се сијеку у њој, одређују домен зависности, утичу на ријешење P . Ријешење у домену зависности такокође зависи од ријешења у тачки P .



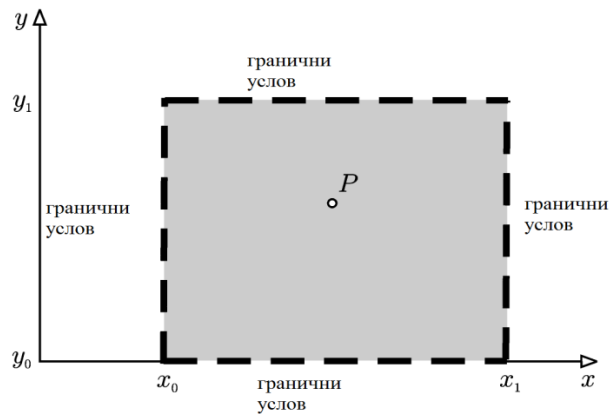
Слика 5.1: Схема хиперболичне диференцијалне једначине.

Параболичне – информације се шире бесконачном брзином. Постоји једна карактеристика која је хоризонтална. Стање у некој тачки P зависи од свега што се догодило раније, Слика 5.2. Домен зависности обухвата све што се догодило у прошлости.



Слика 5.2: Схема параболичне диференцијалне једначине

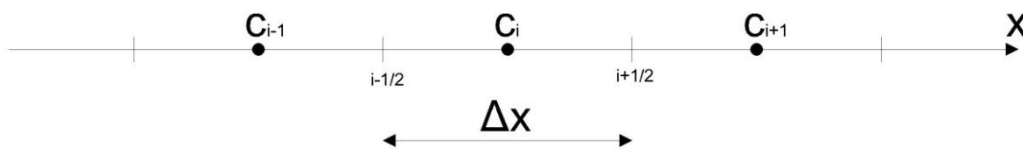
Елиптичне – карактеристике су имагинарне, а информације се шире у свим правцима. Почетни услов не постоји, јер се ради о устањеном феномену. Гранични услови се морају задати дуж границе на Dirichlet – ов или Neumann – ов начин. Цијели домен утиче на тачку P , и тачка P утиче на цијели домен, Слика 5.3.



Слика 5.3: Схема елиптичне диференцијалне једначине.

5.1. Метод коначних запремина

Због низа погодности у примјени на разматрани проблем симулације линијског проблема транспорта растворене материје кроз проводник под притиском, усвојена је метода коначних запремина. Његова предност у односу на метод коначних разлика је у томе што боље осликава нагле промјене у струјању. Проводник се дијели на одређени број коначних запремина, у којима се рачуна биланс растворене материје. Особине центара запремина су репрезенти цијеле запремине, Слика 5.4.



Слика 5.4: Примјена коначних запремина – дискретизација дуж проводника.

5.1.1. Схема првог реда тачности

Адвекција и дисперзија су битна за нумеричку дискретизацију, не смије се десити да је нумеричка схема у контрадикторности са физиком. Ови чланови се могу дискретизовати на следећи начин:

Адвекција – зависи од Peclet – овог броја.

1. $Pe < 2$ (оба механизма су важна) – централне разлике

$$\frac{\partial(vc)}{\partial x} = \frac{(vc)_{i+1/2} - (vc)_{i-1/2}}{\Delta x} \quad (5.3)$$

за константну брзину ($v=const$):

$$\frac{\partial(vc)}{\partial x} = v \frac{c_{i+1/2} - c_{i-1/2}}{\Delta x} = v \frac{\frac{c_{i+1} + c_i}{2} - \frac{c_{i-1} + c_i}{2}}{\Delta x} \quad (5.4)$$

Одакле је:

$$\frac{\partial(vc)}{\partial x} = v \frac{c_{i+1} - c_{i-1}}{2\Delta x} \quad (5.5)$$

2. $Pe > 2$ (адвекција је доминантан механизам транспорта) – разлике уназад

$$\frac{\partial(vc)}{\partial x} = \frac{(vc)_i - (vc)_{i-1}}{\Delta x} \quad (5.6)$$

за константну брзину ($v=const$):

$$\frac{\partial(vc)}{\partial x} = v \frac{c_i - c_{i-1}}{\Delta x} \quad (5.7)$$

Дисперзија – дискретизација не зависи од међусобног односа јачине адвекције и дисперзије:

$$D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} = D \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial}{\partial x} \right) = D \frac{\frac{\partial c}{\partial x_{i+1/2}} - \frac{\partial c}{\partial x_{i-1/2}}}{\Delta x} = D \frac{\frac{c_{i+1} - c_i}{\Delta x} - \frac{c_i - c_{i-1}}{\Delta x}}{\Delta x} \quad (5.8)$$

Одакле је:

$$D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} = D \frac{c_{i+1} - 2c_i + c_{i-1}}{\Delta x^2} \quad (5.9)$$

Пошто се користи експлицитан модел (експлицитна шема по времену) потребно је увести и услове стабилности шеме односно за одабир временског корака:

$$\Delta t \leq \min(\Delta t_1, \Delta t_2, \Delta t_3)$$

$$\Delta t_1 = \frac{\Delta x}{v} \quad \Delta t_2 = \frac{\Delta x^2}{2D} \quad \Delta t_3 = \frac{2D}{v^2}$$

Сређени експлицитни модел за линијско течење за ($Pe < 2$):

$$c_i^{n+1} = c_i^n + \Delta t \left(-v \frac{c_{i+1}^n - c_{i-1}^n}{2\Delta x} + D \frac{c_{i+1}^n - 2c_i^n + c_{i-1}^n}{\Delta x^2} \right) \quad (5.10)$$

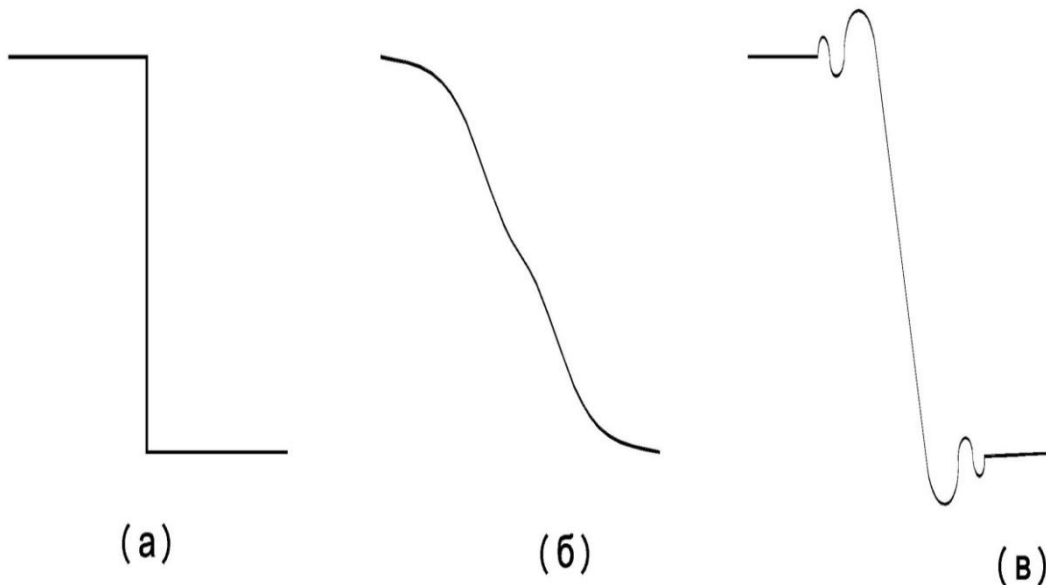
Сређени експлицитни модел за линијско течење за ($Pe < 2$):

$$c_i^{n+1} = c_i^n + \Delta t \left(-v \frac{c_i^n - c_{i-1}^n}{\Delta x} + D \frac{c_{i+1}^n - 2c_i^n + c_{i-1}^n}{\Delta x^2} \right) \quad (5.11)$$

5.1.2. Схема другог реда тачности

Проблем се код нумеричких метода јавља при описивању адвекције, гдје се дешава да се дискретизацијом стварају „нумерички извори” који ријешењу дају вјештачку - нумеричку дисперзију, праве проблеме у околини стрмих градијената величине која се транспортује. Због велике нумеричке дисперзије која је присутна у овом задатку се прелази на нумеричку схему другог реда тачности.

На Слици 5.4 схематски су приказани ефекти нумеричке диспације и дисперзије. Нумеричка диспација карактеристична је за рачунске шеме првог реда тачности. Ако водећи члан садржи непаран извод, поремећен је однос фазних углова појединих таласних компоненти и јавља се нумеричка дисперзија, што је карактеристично за схему другог реда тачности.



Слика 5.4: Ефекти нумеричке природе; (а) тачно ријешење; (б) приближно ријешење у коме преовладавају утицаји нумеричке дисипације; (в) приближно ријешење у коме преовладава утицај нумеричке дисперзије.

Познато је да примјена нумеричких схема вишег реда тачности за ријешавање једначине линијског транспорта (2.5) доводи до појааве осцилација код проблема транспорта гдје постоје релативно стрми фронтови концентрације. Нумеричке осцилације су последица немонотоног понашања схема другог и виших редова.

Истраживање и добро познавање математичке позадине нелинеарних једначина одржања и нелинеарних схема је довело до увођења нелинеарних компоненти такозваних *лимитера*. Главна идеја лимитера је да спријече такозвану *over* и *undershoot* – ове тако што се градијенти функције ограниче – поставе им се лимити,

тако да се не стварају нови екстреми другачији од оних који су задати почетним условом.

У том смислу, овдје ће се примјенити такозвани TVD (total variation diminishing) схема другог реда тачности која се може написати на следећи начин:

$$c_i^{n+1} = c_i^n - \frac{\Delta t \cdot v}{\Delta x} (c_{i+1/2}^n - c_{i-1/2}^n) \quad (5.12)$$

Гдје се n односи на претходни, а $n+1$ на наредни временски корак. Ако се посматра искључиво позитивна вриједност брзине, вриједности концентрација на границама посматране запремине „ i ” се може оцијенити на следећи начин:

$$c_{i+1/2} = c_i + \frac{1}{2} (c_i - c_{i-1}) \cdot \Psi_{i+1/2} \quad (5.13)$$

$$c_{i-1/2} = c_{i-1} + \frac{1}{2} (c_{i-1} - c_{i-2}) \cdot \Psi_{i-1/2} \quad (5.14)$$

Гдје је коришћен „ $\min\text{mod}$ ” лимитер, дефинисан на слиједећи начин:

$$\Psi_{i+1/2} = \min\text{mod} \left(1, \frac{c_{i+1} - c_i}{c_i - c_{i-1}} \right) \quad (5.15)$$

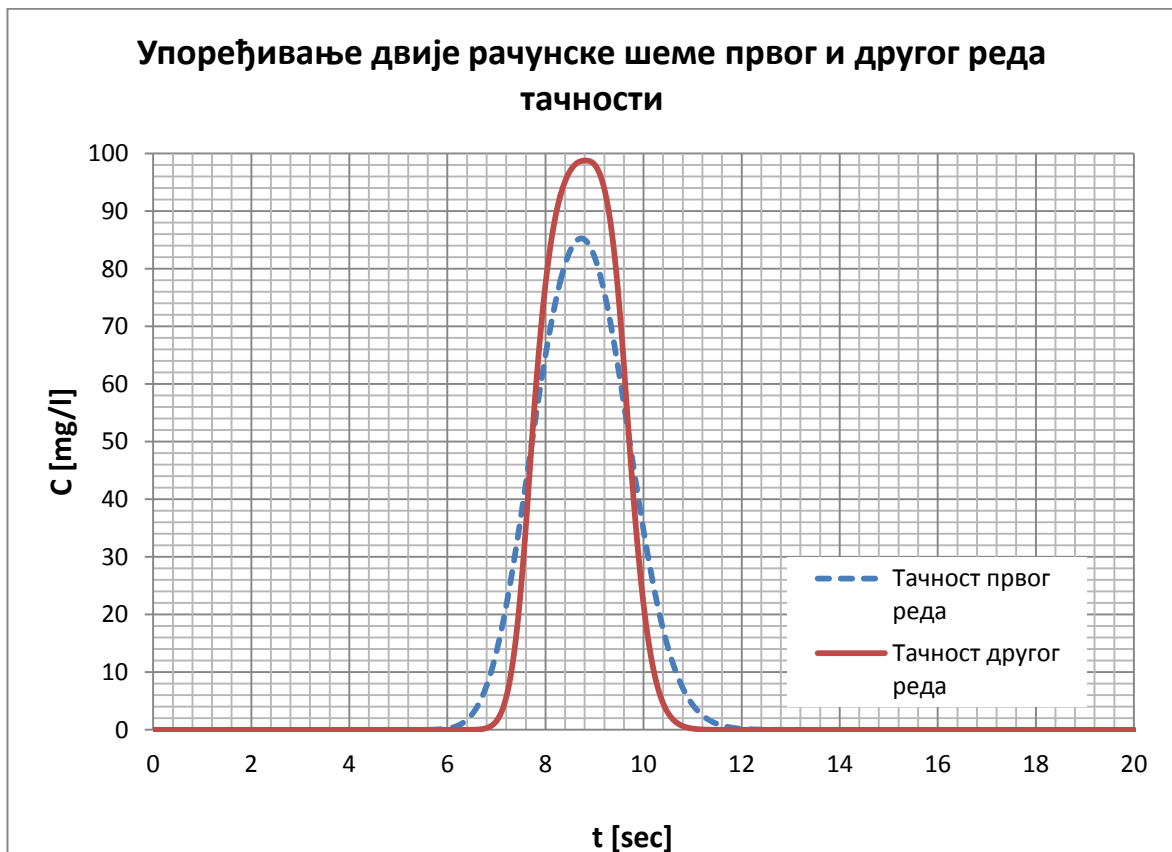
$$\Psi_{i-1/2} = \min\text{mod} \left(1, \frac{c_i - c_{i-1}}{c_{i-1} - c_{i-2}} \right) \quad (5.16)$$

Оператор „ $\min\text{mod}$ ” се дефинише на слиједећи начин:

$$\min\text{mod}(a, b) = \begin{cases} a, \text{ ако је } |a| < |b| \\ b, \text{ ако је } |b| < |a| \\ 0, \text{ ако је } a \cdot b = 0 \end{cases} \quad (5.17)$$

5.1.3. Поређење схема првог и другог реда тачности

Све већ наведене особине схема првог и другог реда тачности најбоље се осликавају на конкретном упоређивању за исте улазне податке, што је видљиво на Дијаграму 5.1. Запажа се утицај нумеричке дисперзије на схеми првог ред тачности, гдје је база више развучена у односу на схему другог реда тачност а интезитет је слабији.



Дијаграм 5.1: Нумеричка дисперзија код схеме првог реда тачности.

5.2. Математички модел линијског транспорта са локалним поремећајем струје

Због неправилне геометрије код карских проводника тешко је описати течење у њима. У овом раду је то опонашано постављањем преграда различитих отвора, овај проблем у нумеричком смислу је описан додатним чланом у једначини транспорта (трећи члан са десне стране):

$$\frac{\partial c}{\partial t} = D_{dis} \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} - v \frac{\partial c}{\partial x} - k(c - s) \quad (5.18)$$

гдје s предстаља концентрацију испред преграде у запремини V_s , Слика 5.5.



Слика 5.5: Положај преграде у проводнику.

А промјена концентрације s је дата једначином:

$$\frac{\partial s}{\partial t} = \frac{k}{\alpha} (c - s) \quad (5.19)$$

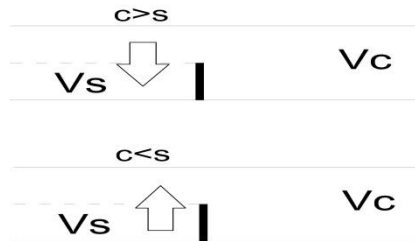
гдје је α коефицијент који описује однос запремина коју ствара преграда и укупне запремине проводника:

$$\alpha = \frac{V_s}{V_c} \quad (5.20)$$

Док коефицијет k представља интезитет размјене концентрација између двије запремине и његова величина зависи од смјера размјене:

$$k = \begin{cases} k_1 & \text{ако је } c > s \\ k_2 & \text{ако је } c < s \end{cases} \quad (5.21)$$

Смјер размијене зависи од односа концентрација у двије запремине. Смјер размијене је приказан на Слици 5.6.



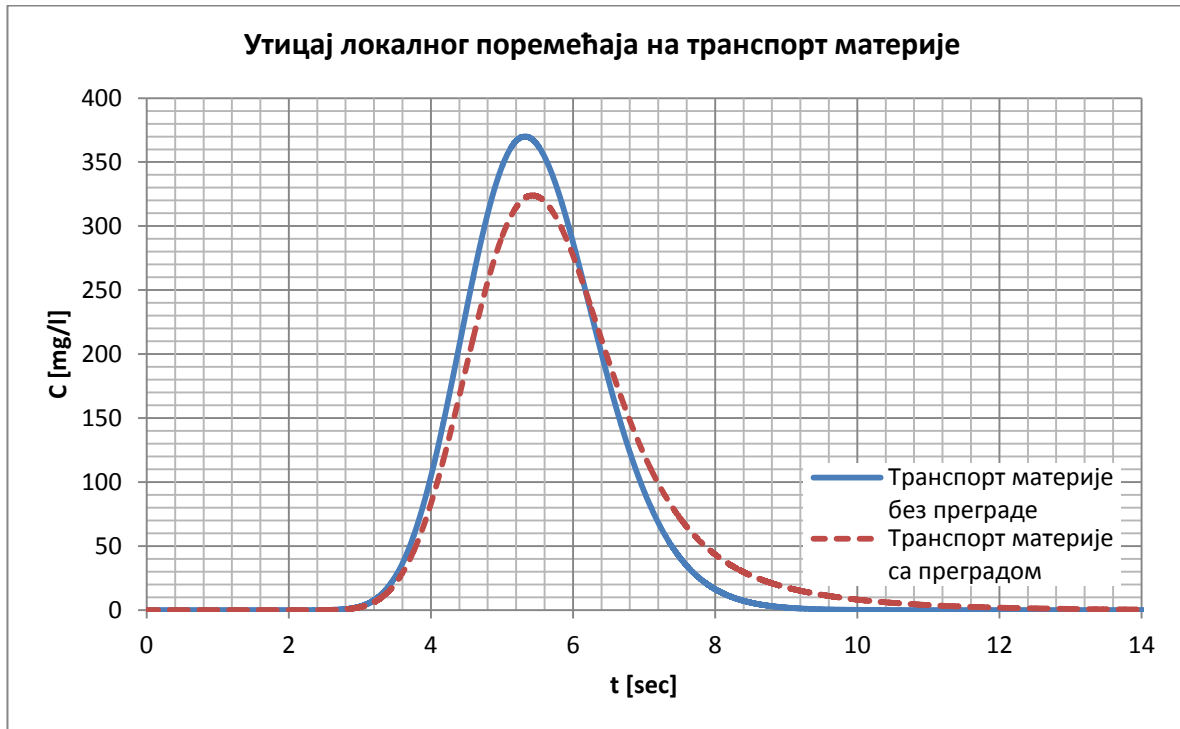
Слика 5.6: Смјер размијене концентрације

Диференцијална једначина промјене концентрације s може се развити у:

$$s_i^{n+1} = s_i^n + \Delta t \cdot \frac{k}{\alpha} (c_i^n - s_i^n) \quad (5.22)$$

5.2.1 Поређење математичког модела транспорта са и без локалног поремећаја

Преграда у једном дијелу проводника својим присуством ремети струјну слику и повећава вријеме транспорта таласа, гдје се формира „реп”. На дијаграму 5.2 се види утицај преграде на струјање.



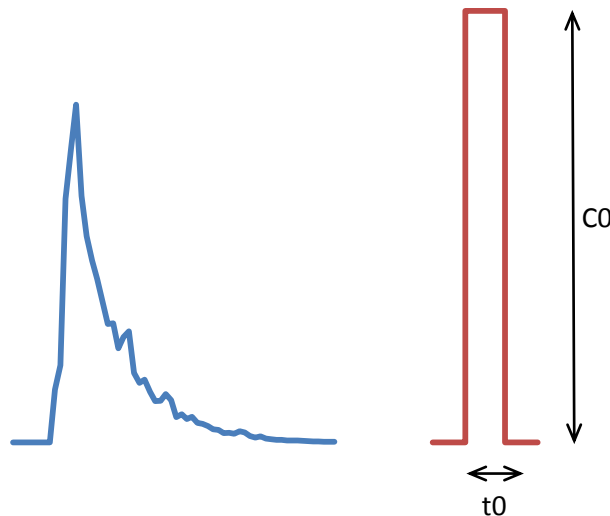
Дијаграм 5.2: Утицај преграде на транспорт материје.

6. МОДЕЛИРАЊЕ СОПСТВЕНИХ ЕКСПЕРИМЕНАТА

6.1. Моделирање транспорта растворене материје у проводницима под притиском без локалних поремећаја струјања

Коришћењем функције која описује транспорт материје у проводнику под притиском а која је формирана у програмском пакету *MATLAB* (дата у Додатку А) извршено је моделирање измјерених вриједности. Да би се могло приступити моделирању потребн је дефинисати гранични услов, у овом случају улазни талас трасера (растворена со).

Улазни талас је апроксимиран тако да му површина буде иста као површина испод дијаграма регистрованог на првој сонди. А вријеме трајања је вријеме за које је вентил на дозери био отворен. Улазни подаци у *matlab*-функцију који дефинишу гранични услов су t_0 и C_0 , Слика 6.1.



Слика 6.1: Дефинисање граничног услова.

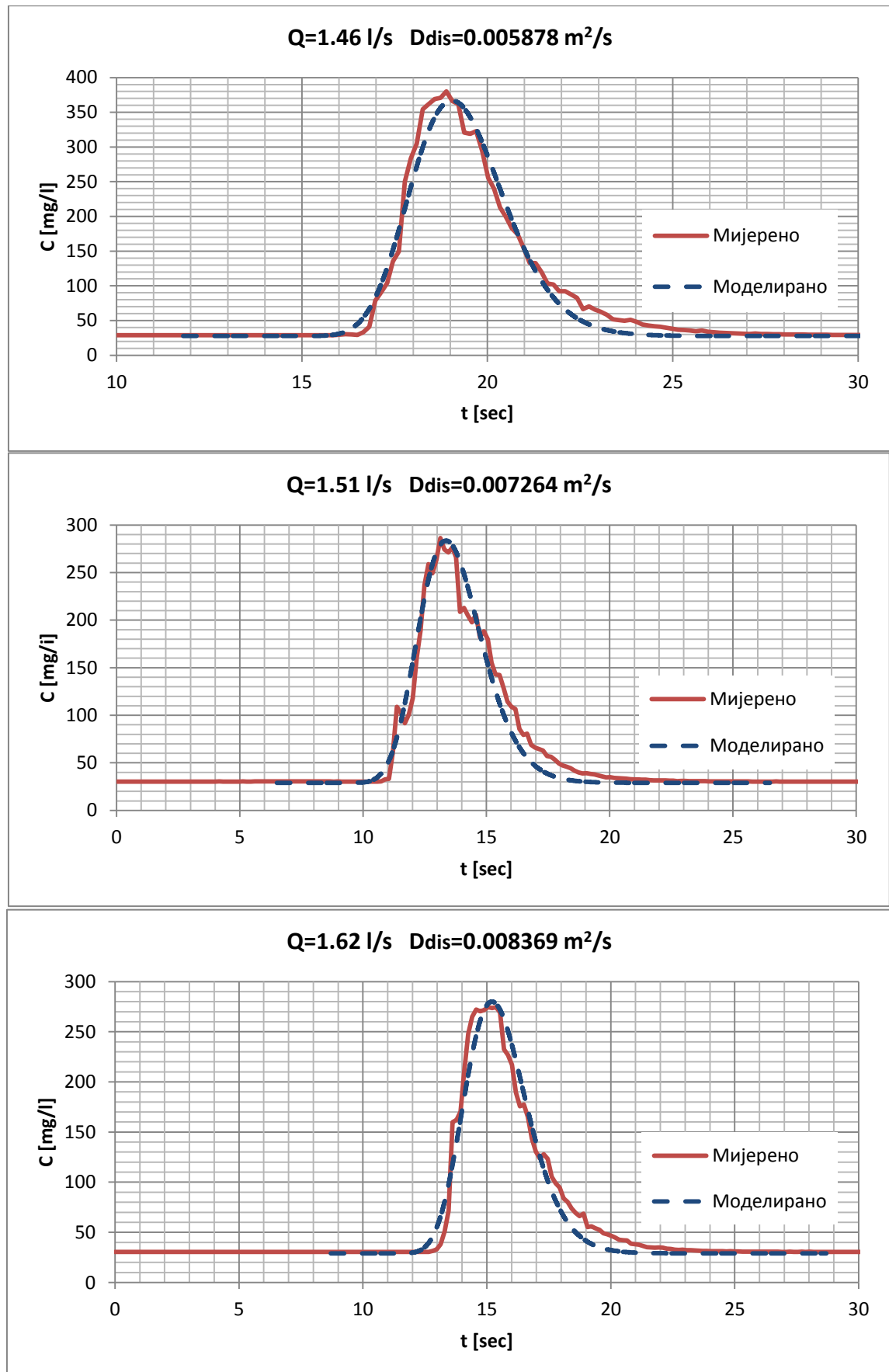
Задатак овог моделирања је да се пронађе зависност између коефицијента дисперзије (D_{dis}) и Рејнолдсовог броја (Re). Овим проблемом се бавила и група америчких научника, њихов експеримент је био сличан овом задатку, састојао се из цијеви на којој се налазило 5 мјерних профила и од система за убризгавање трасера који је за разлику у овом задатку био електромагнетни са аутоматским убризгавањем жељене количине раствора.

Добили су следеће зависности:

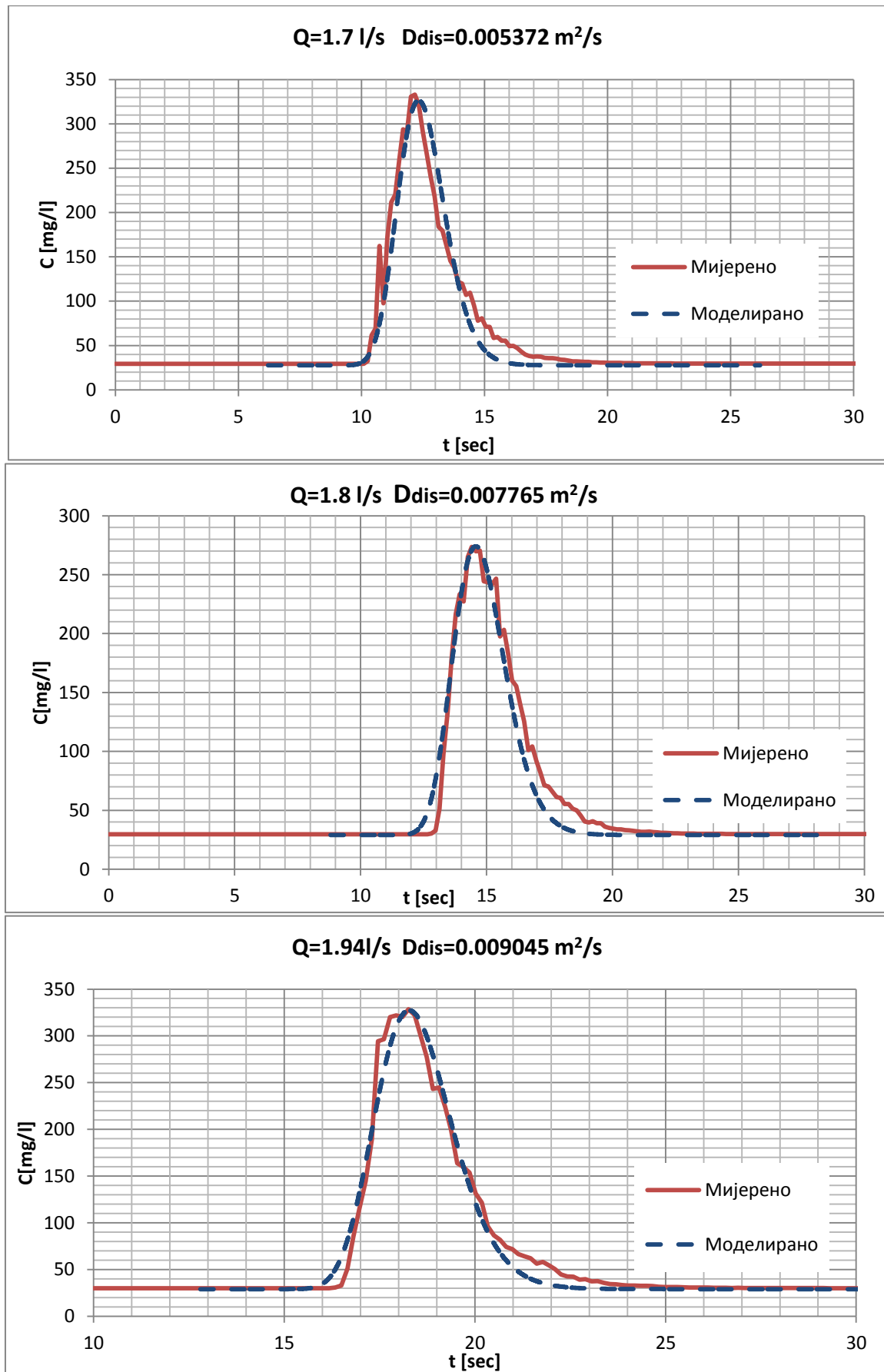
$$Ddis = 1.098 \cdot 10^{-7} Re^{0.875} \quad \text{за } Re < 4 \cdot 10^4 \quad (6.1)$$

$$Ddis = 3.483 \cdot 10^{-7} Re^{0.764} \quad \text{за } Re > 4 \cdot 10^4 \quad (6.2)$$

Моделирање је вршено варијацијом коефицијента дисперзије и упоређивањем са измјереним вриједностима док се не добије најмање одступање. На Слици 6.2 и Слици 6.3 приказани су неки од резултата моделирања.

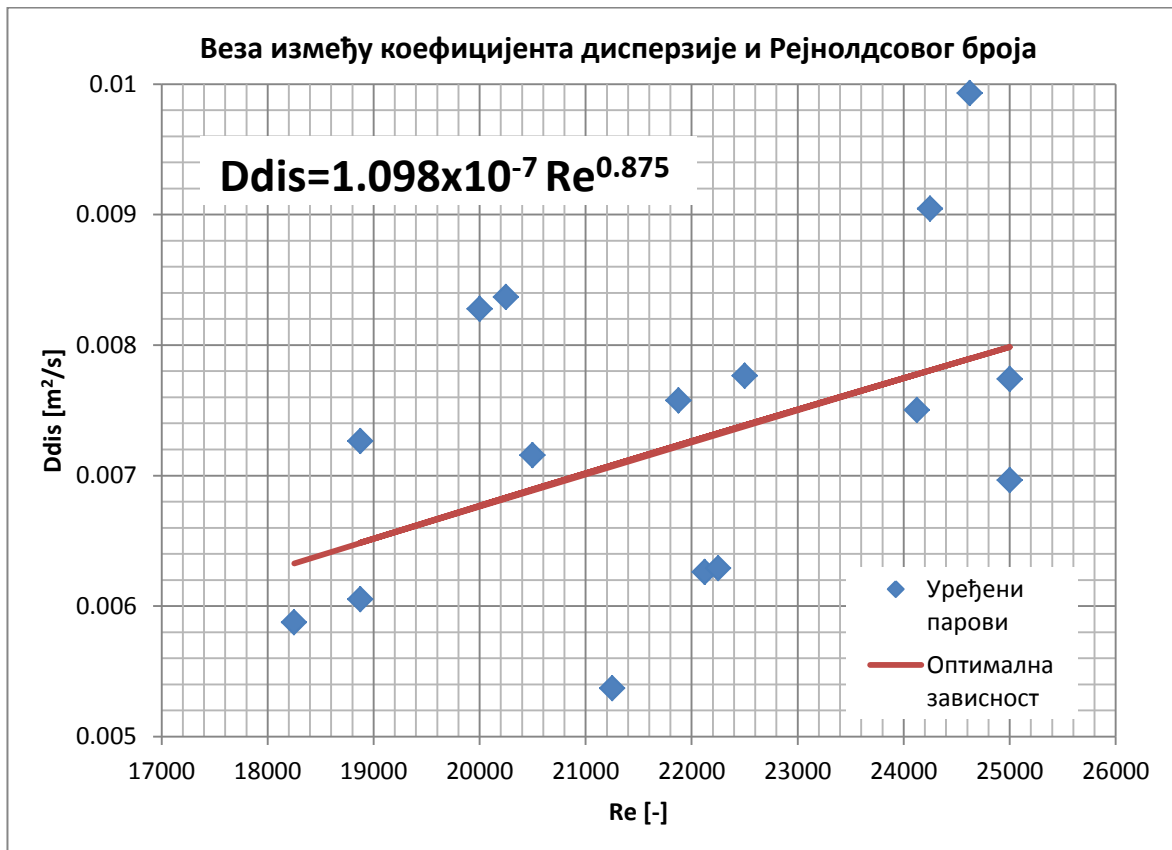


Слика 6.2: Поређење моделираних и мјерених резултата.



Слика 6.3: Поређење моделираних и мјерених резултата.

Након моделирања свих мјерења која су извршена на физичком моделу без локалних поремећаја струјања установљено је да веза између коефицијента дисперзије и Рејнолдсовог броја нема значајнијег одступања од ријешења које су предложила амерички истраживачи. Резултати су приказани на Дијаграму 6.1. Недостатак овог рада је кратак опсег протока који се могао примјенити на физички модел.



Дијаграм 6.1: Веза између коефицијента дисперзије и Рејнолдсовог броја.

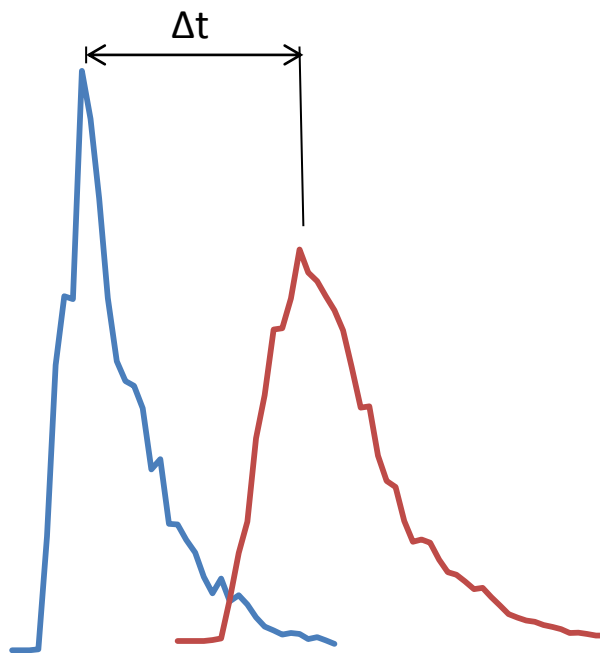
6.2. Моделирање транспорта растворене материје у проводницима под притиском са локалним поремећајима струјања

Симулирање течења у карсту постигнуто је постављањем преграда, струјање у овим условима описано је у претходном поглављу а *matlab*-функција је дата у Додатку А. Гранични услов, улазни талас је дефинисан као и код течења без преграда. За рачунање коефицијента дисперзије користи се израз одређен у претходном поглављу:

$$D_{dis} = 1.098 \cdot 10^{-7} Re^{0.875} \quad (6.3)$$

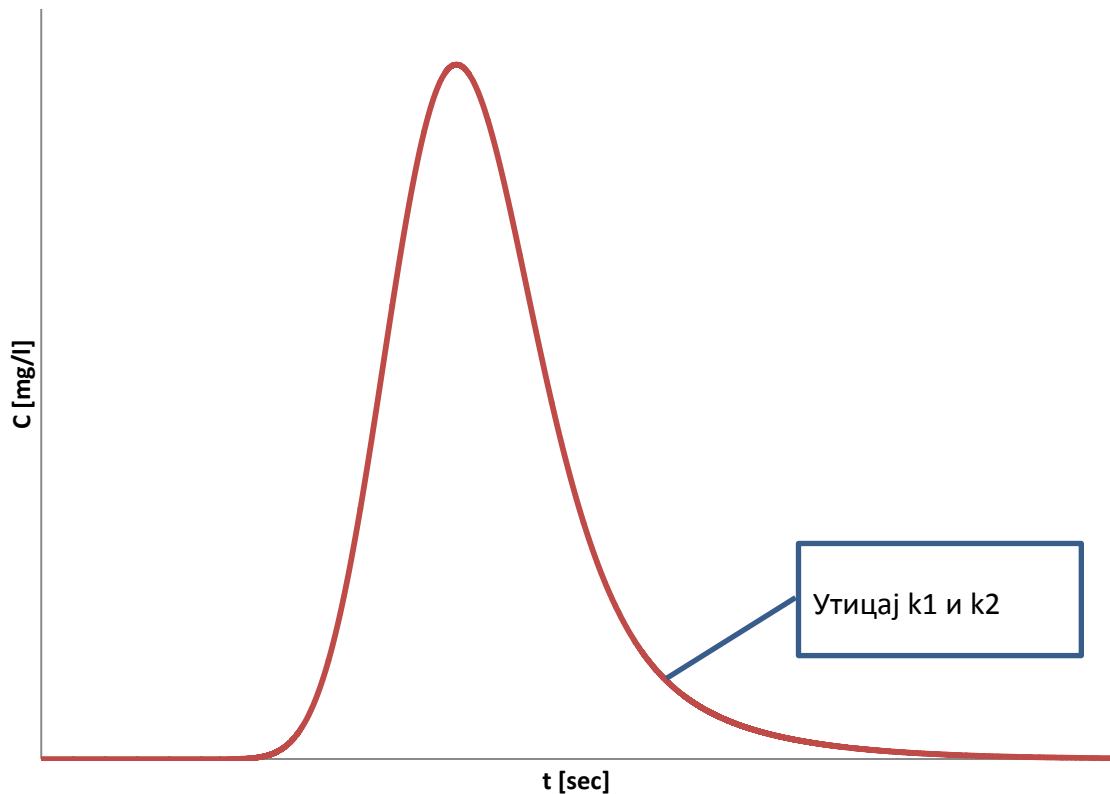
Због промјене попречног пресека долази до промјене брзине дуж проводника. Ефективна брзина је рачуната помоћу резултата мјерења. Знајући растојање између двије сонде (l) и очитавању временске разлике (Δt) између два пика на сондама Слика 6.4 долази се до тога да је:

$$v_{eff} = \frac{l}{\Delta t} \quad (6.4)$$



Слика 6.4: Дефинисање времена путовања таласа.

Задатак овог моделирања је налажење зависности коефицијената k_1 и k_2 са локалним губитком на прегради. Гдје би у каснијој примјени овај локални губибитак осликавао губитке дуж проводника у карсту. Коефицијент k_1 представља интезитет размјене концентрације из запремине V_c у запремину V_s , док k_2 претставња интезитет супротног смијера. На Слици 6.5 уочљив је „реп” који се формира под утицајем преграде а описује се уз помоћ коефицијената k_1 и k_2 . Варирање ових коефицијената је вршено док није добијено најбоље поклапање са измијереним вриједностима.



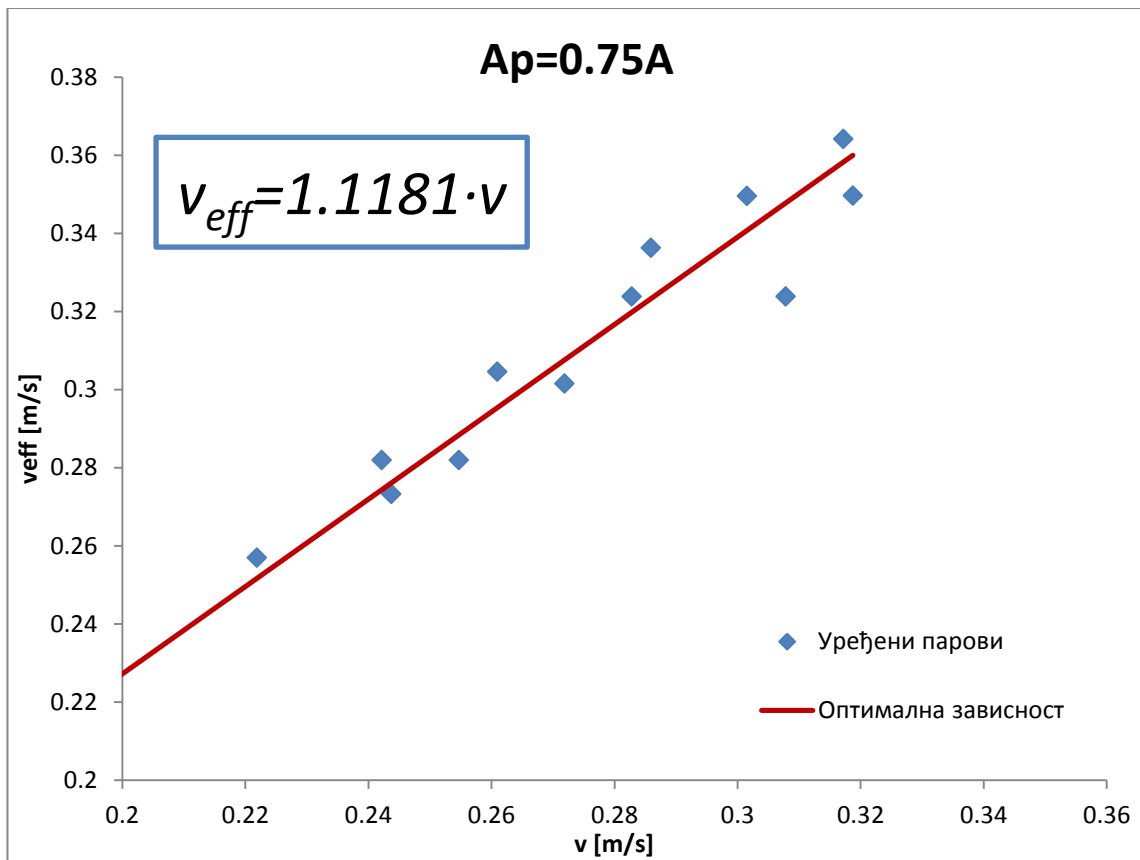
Слика 6.5: Утицај коефицијената k_1 и k_2 на изглед дијаграма транспорта.

У наставку текста биће приказани резултати моделирања за обје величине преграде. Први случај је кад је површина на отвору преграде једнака 75% површине попречног пресијјека док је други случај када је површина отвора једнака половини површине попречног пресијјека. Такође биће и предложене зависности коефицијената у односу на величину преграде.

6.2.1. Моделирање са отвором на прегради површине 75% од површине попречног пресека проводника

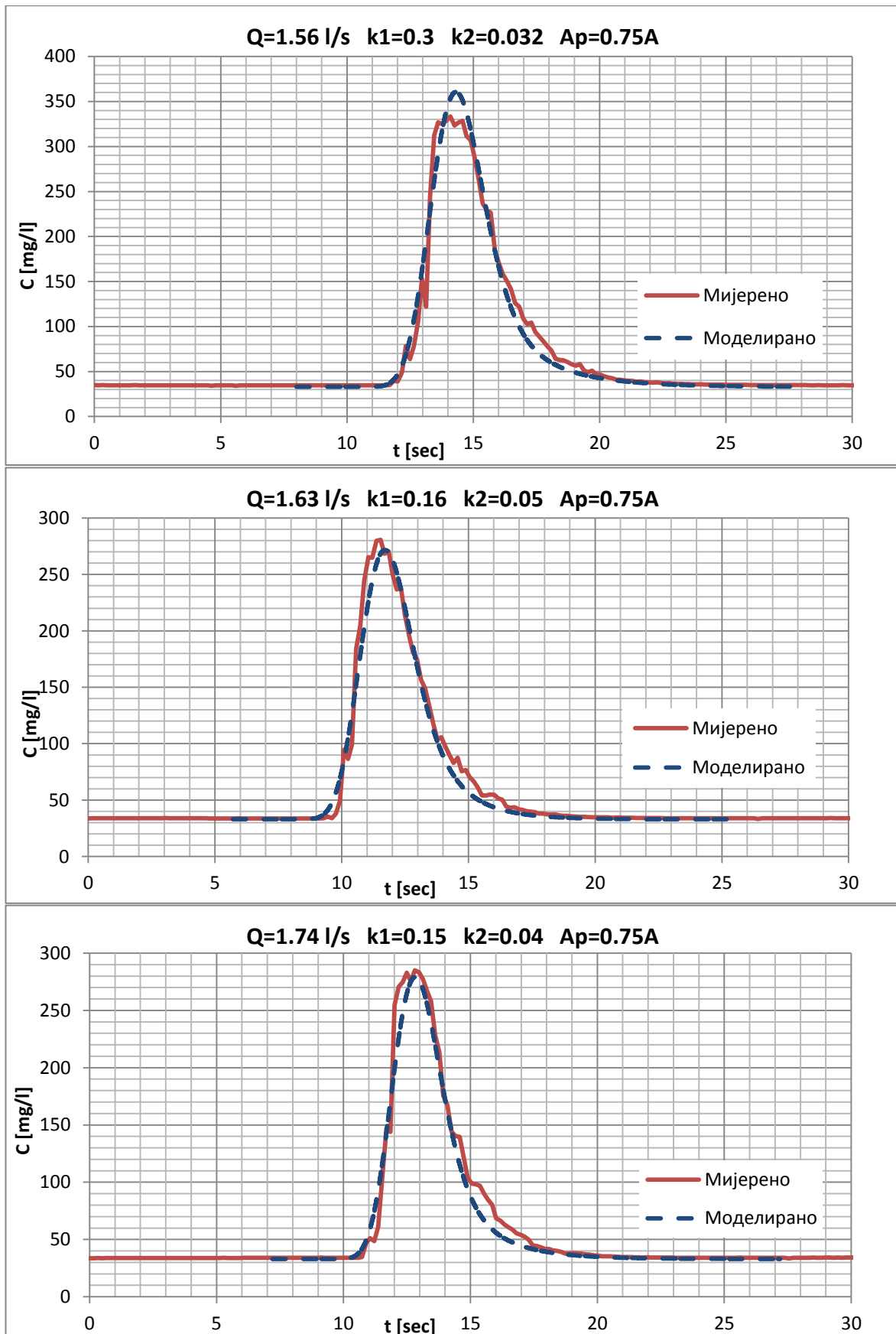
Зависности између брзине и ефективне брзине при отвору на 75% од површине попречног пресека проводника приказана је на Дијаграму 6.2. Ова зависност се касније примјењује за моделирање транспорта растворене материје. Добијен је зависност:

$$v_{eff} = 1.1181 \cdot v \quad (6.5)$$

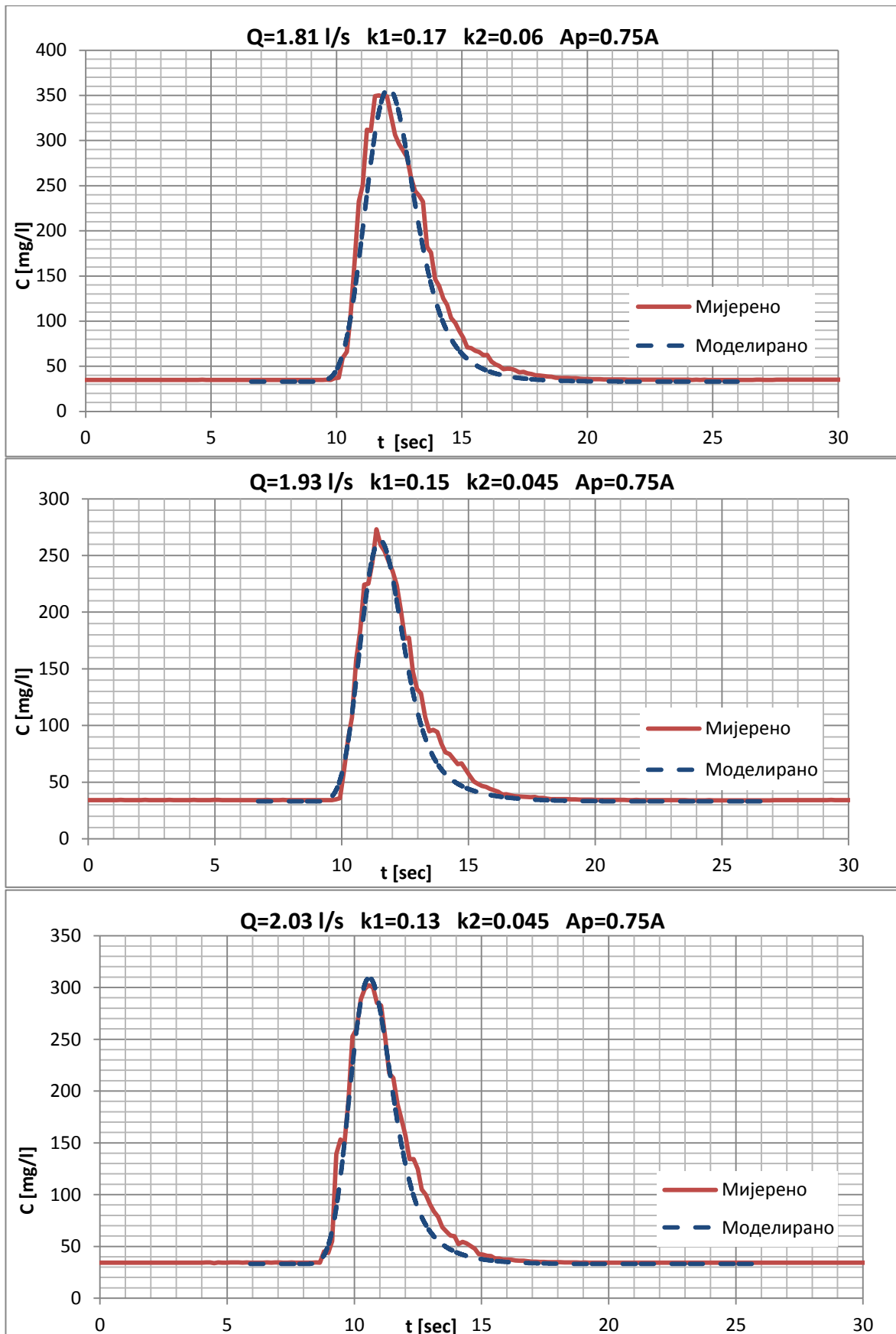


Дијаграм 6.2: Дефинисање ефективне брзине

Резултати моделирања за отвореност на прегради од 75% од површине попречног пресека дати су на Сликама 6.6 и 6.7.

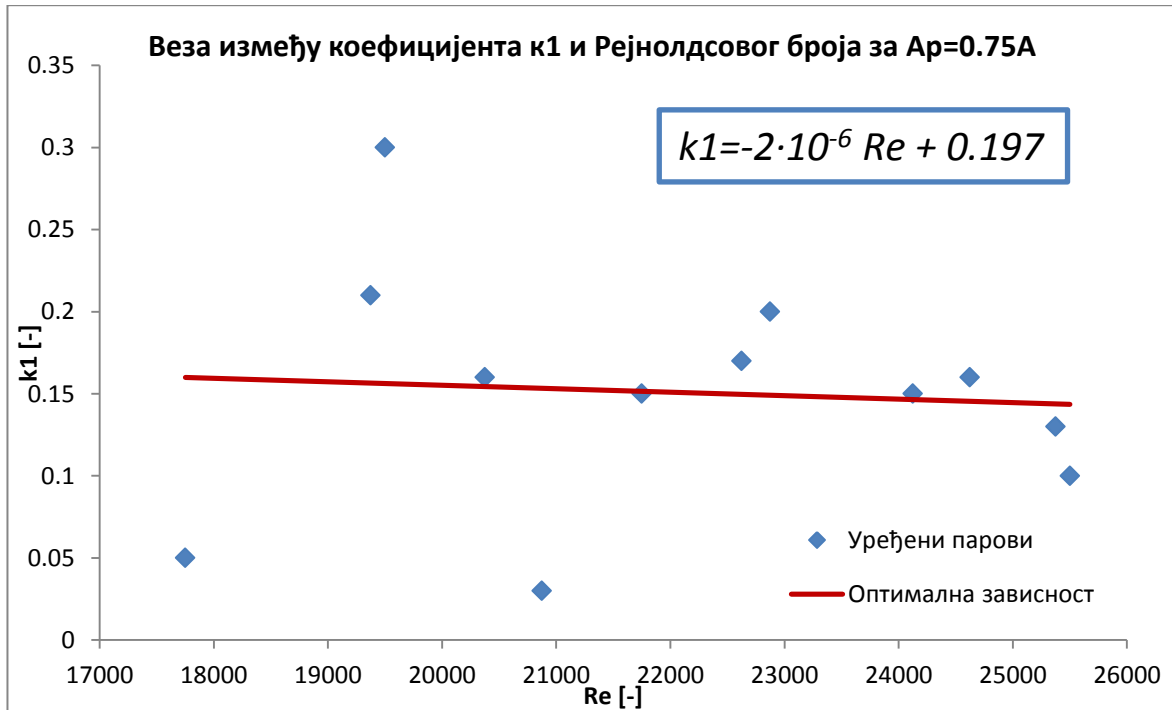


Слика 6.6: Поређење моделираних и мјерених резултата код проводника са локалним поремећајем струјања.

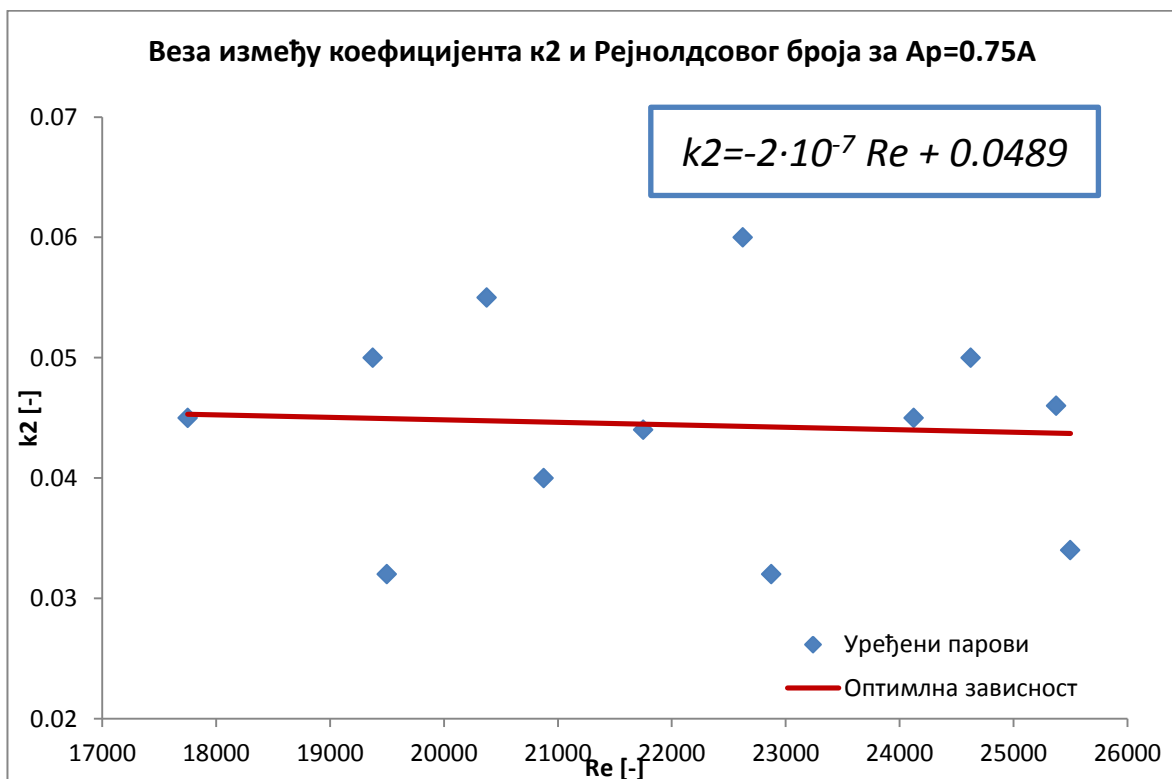


Слика 6.6: Поређење моделираних и мјерених резултата код проводника са локалним поремећајем струјања.

На Дијаграму 6.3 се виде резултати моделирања коефицијента k_1 на свим мјерењима која су извршена за отвор на прегради површине 75% од укупне површине попречног пресека проводника. Док су Дијаграму 6.4 резултати моделирања за коефицијент k_2 .



Дијаграм 6.3: Одређивање зависности коефицијента k_1 и Рејнолдсовог броја.



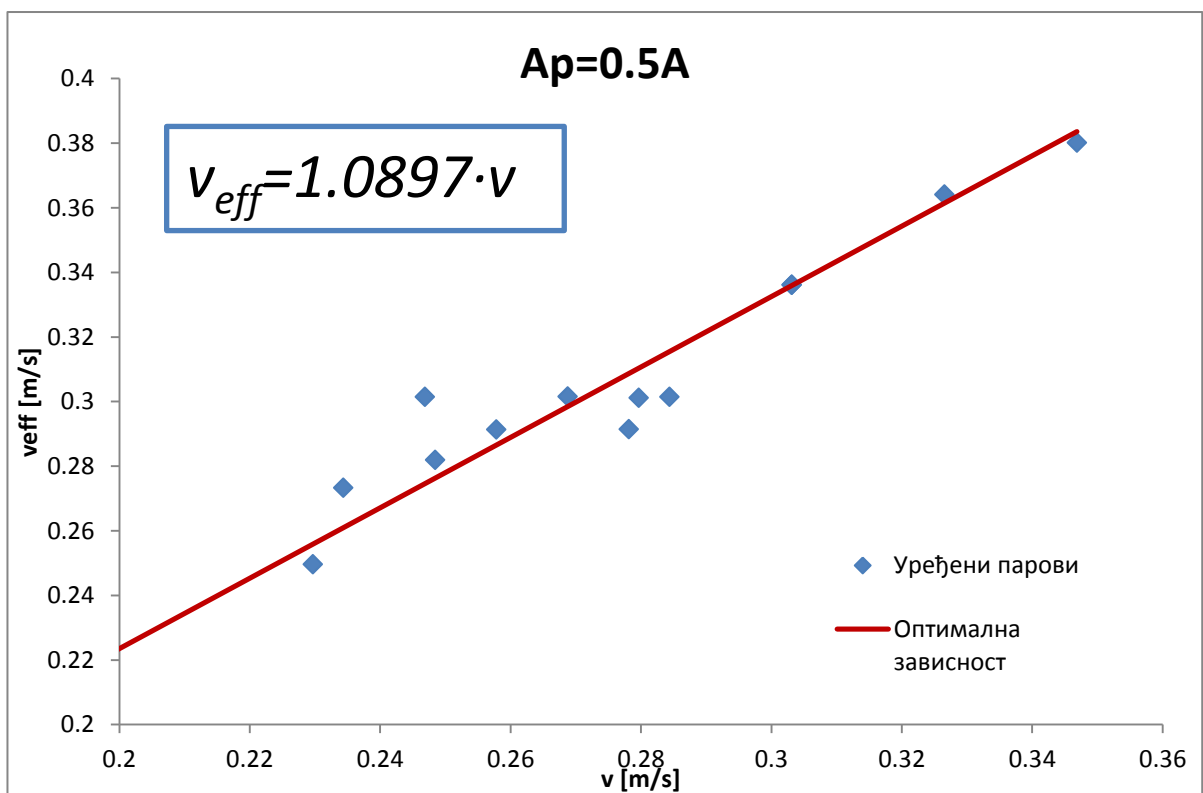
Дијаграм 6.4: Одређивање зависности коефицијента k_2 и Рејнолдсовог броја.

6.2.2. Моделирање са отвором на прегради површине 50% од површине попречног пресека проводника

Исто као и код отвора на прегради површине 75% од површине попречног пресека одређена је прво ефективна брзина, добијена је веза:

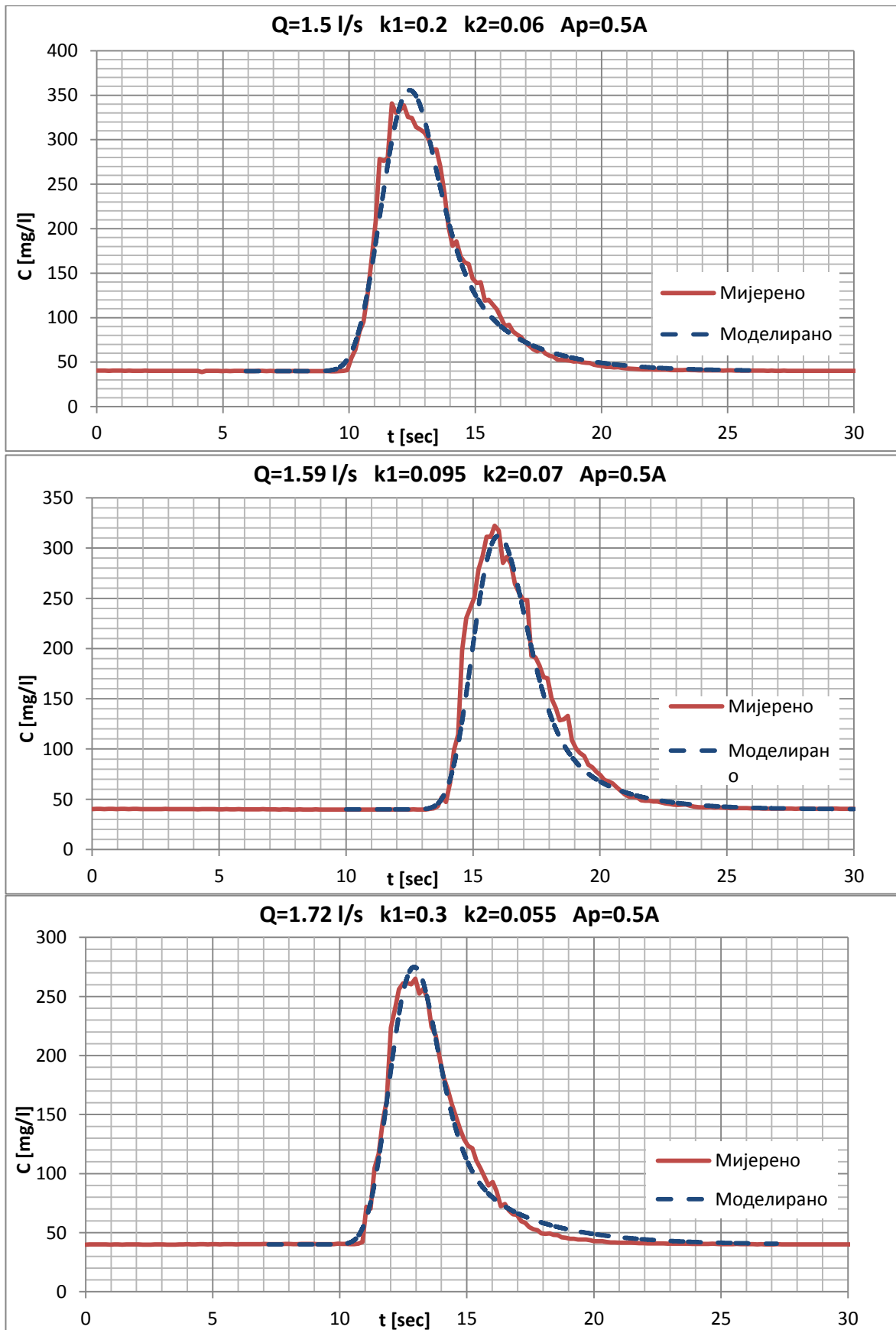
$$v_{eff} = 1.087 \cdot v \quad (6.5)$$

Одређивање оптималне врједности приказано је на Дијаграму 6.5, ова веза је коришћена за моделирање транспорта растворене материје са отвором на прегради од 50% површине попречног пресека.

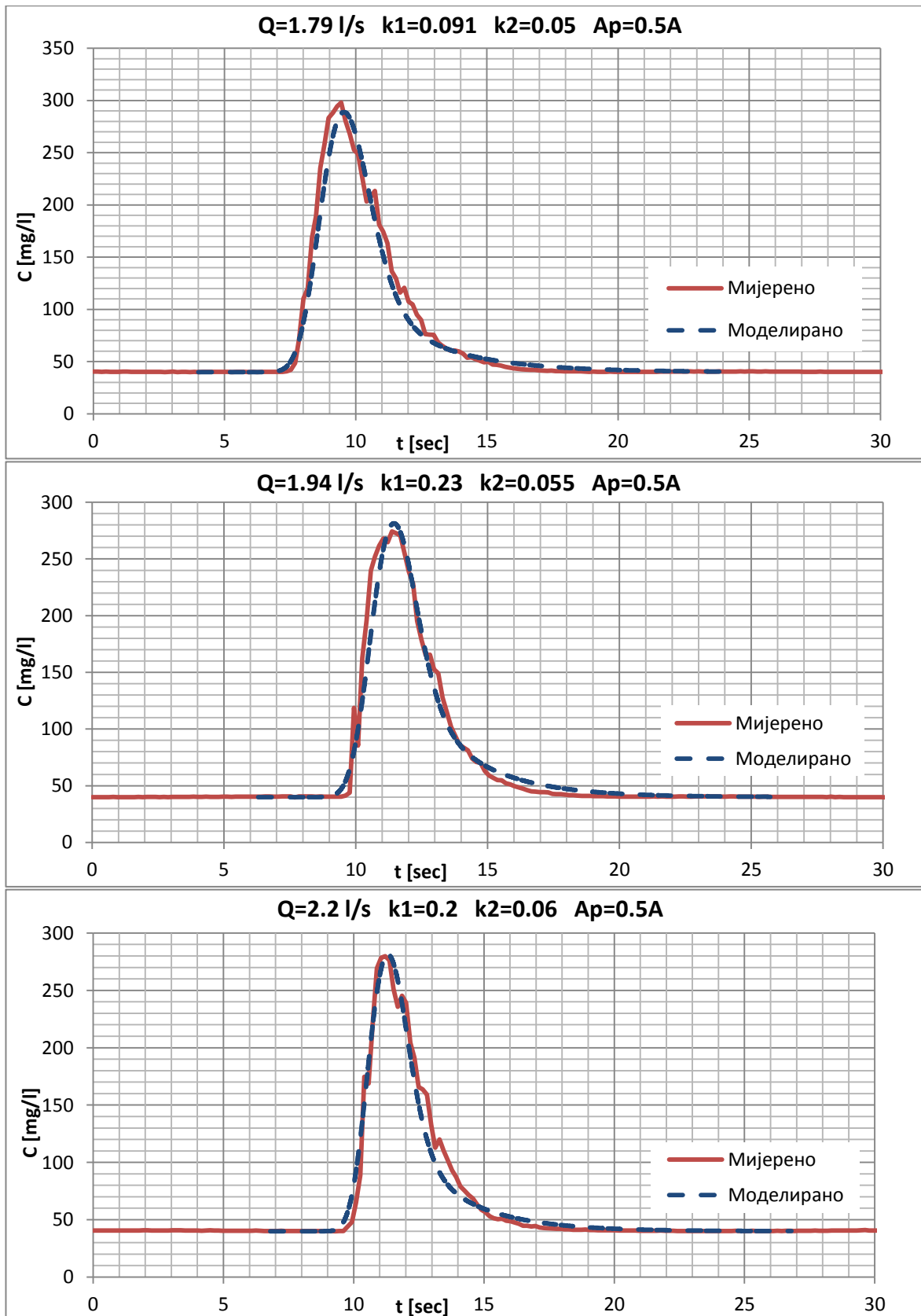


Дијаграм 6.5: Дефинисање ефективне брзне

На сликама 6.7 и 6.8 приказани су резултати моделирања за отвор на прегради површине 50% од површине попречног пресека проводника.

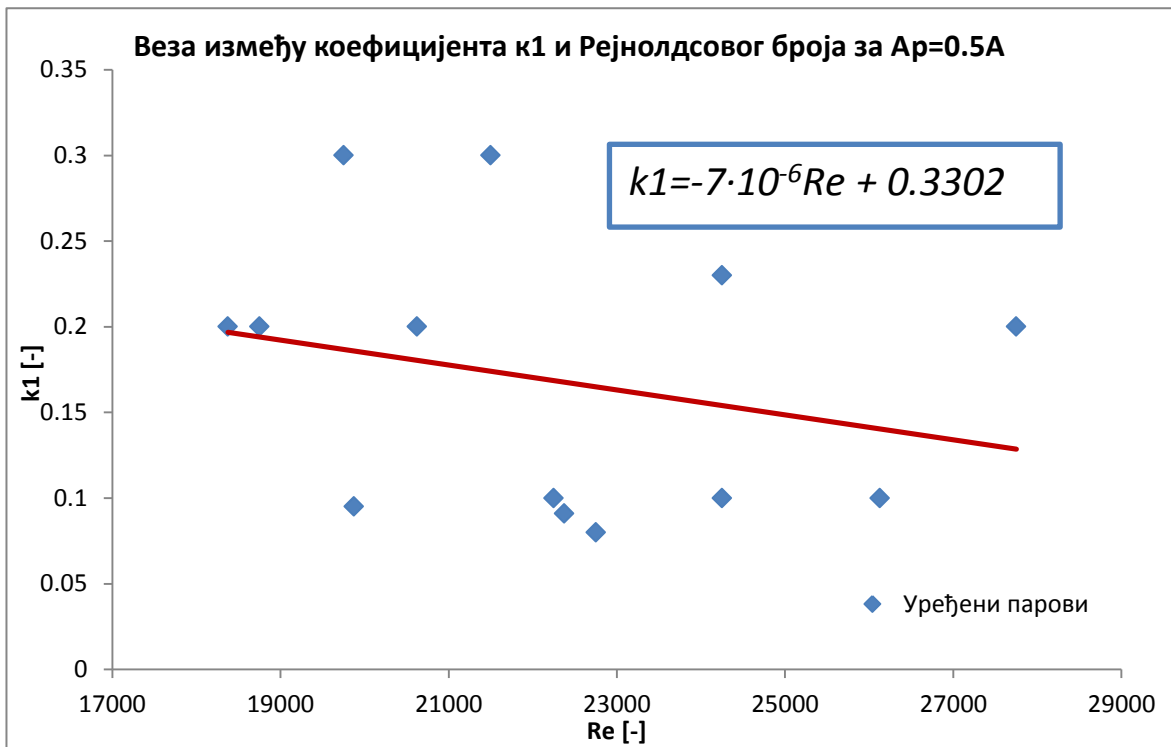


Слика 6.7: Поређење моделираних и мјерених резултата код проводника са локалним поремећајем струјања.

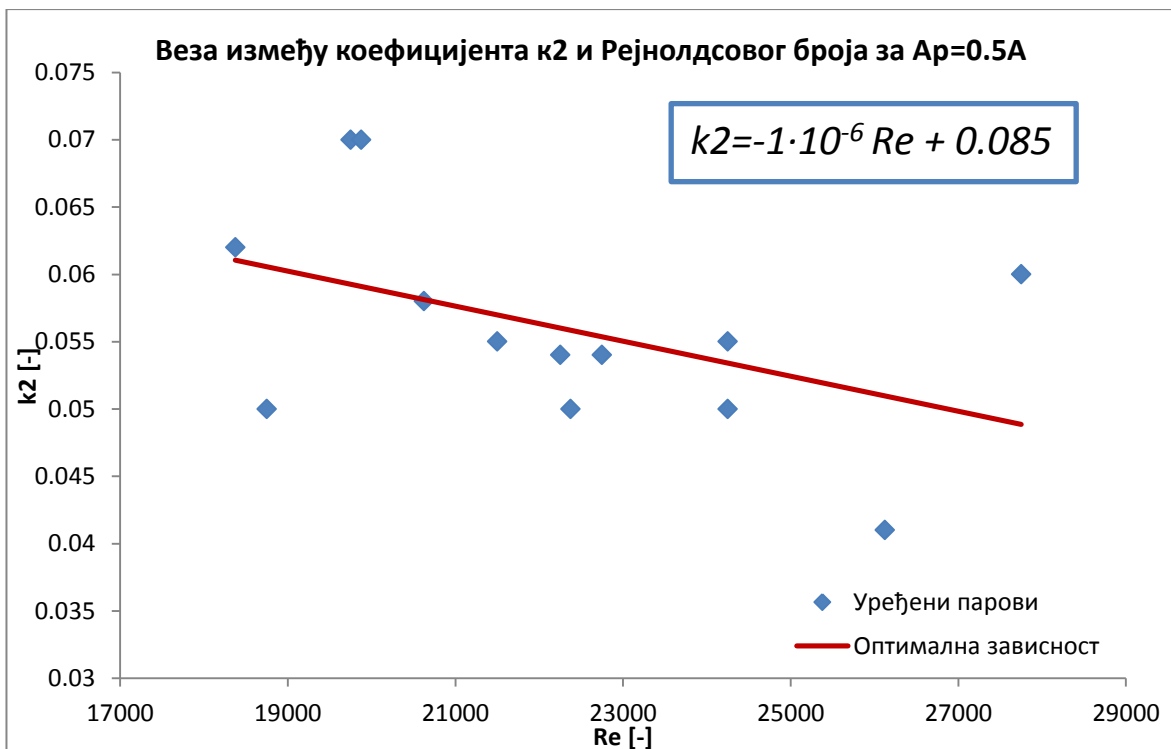


Слика 6.8: Поређење моделираних и мијерених резултата код проводника са локалним поремећајем струјања.

Обрадом свих података (парова k_1 , Re и k_2 , Re) добијене су зависности које осликавају струјање у проводницима са преградом које су приказане на Дијаграму 6.6 и Дијаграму 6.7.



Дијаграм 6.6: Одређивање зависности коефицијента k_1 и Рејнолдсовог броја.



Дијаграм 6.7: Одређивање зависности коефицијента k_2 и Рејнолдсовог броја.

7. ЗАКЉУЧАК

У циљу смањења неодређености код трасерских мјерења на карским теренима, која су једна од главних начина утврђивања хидрауличких карактеристика, у овом раду је формиран физички модел транспорта растворене материје у проводницима под притиском и извршена су мјерења на њему. Модел са састојао од 3 сегмента. На првом се налазио мјереач протока, на другом посуда за дозирање трасера док су на трећем биле инсталиране сонде. Неправилност карстних проводника представљена је преградом унутар проводника физичког модела. Опрема за мјерење се састојала од логера и двије сонде које мјере електро проводност воде. Као резултат добијене су зависности између коефицијената (који описују размјену концентрације испред преграде и проводника) и Рејнолдсовог броја. Недостатак овог рада је био мали опсег брзина које су могле да се примјене на модел и недостатак аутоматског мјерача утиснутог трасера.

8. ЛИТЕРАТУРА

- [1] Капор, Р. *Хидраулика*
- [2] Иветић, М. *Рачунска хидраулика- Струјања у порозној средини.*
- [3] Иветић, М. *Рачунска хидраулика- Течења у цевима.*
- [4] Хајдин, Г. *Механика флуида – Увођење у хидраулику.*
- [5] Јовановић, М. *Основе нумеричког моделирања раванских отворених токова.*
- [6] Спалевић, М. *Нумеричке методе.*

9. ДОДАТАК А – МАТЛАВ ФУНКЦИЈЕ

9.1. Matlab функција – транспорт растворене материје у провoдницима под притиском, схема првог реда тачности

```
function [ c ] = transport2( )

% Ova funkcija opisuje transport rastvorene materije u provodnicima pod pritiskom
% Shema prvog reda ta?nosti
% l-du?ina provodnika, Qg-protok, v-brzina fluida, dx- prostorni korak,
% t0- vrijeme doziranja, c0-po?etna koncentracija, Re- Rejnoldsov broj,
% Dl- koeficijent disperzije, Pe- pekleov broj

Qg=1.54;
l=1.55;
v=Qg/0.08/0.08/1000;
dx=0.01;
t0=2;
c0=100;
T=20;
Dl=0.09*1.22*10^(-5)*re^0.875;

% izbor vremenskog koraka
pe=dx*v/dl;
dt1=dx/v;
dt2=dx*dx/2/dl;
dt3=2*d1/v/v;
A=[dt1 dt2 dt3];
dt=min(A)/2;

tg=T/dt+1;
lg=l/dx+1;
tg0=t0/dt;
c=zeros(tg,lg);

for i=2:tg;
    if i<=tg0+1;
        c(i,1)=c0;
    else
        c(i,1)=0;
    end
    if pe<2;
        for j=2:lg-1;
            c(i,j)=c(i-1,j)+dt*((dl*(c(i-1,j+1)-2*c(i-1,j)+c(i-1,j-1))/(dx^2))-
v*(c(i-1,j+1)-c(i-1,j-1))/(2*dx));
            c(i,lg)=c(i-1,lg)+dt*(-v*(c(i-1,lg)-c(i-1,lg-1))/(dx));
        end
    else
        for j=2:lg-1;
            c(i,j)=c(i-1,j)+dt*((dl*(c(i-1,j+1)-2*c(i-1,j)+c(i-1,j-1))/(dx^2))-
v*(c(i-1,j)-c(i-1,j-1))/dx);
            c(i,lg)=c(i-1,lg)+dt*(-v*(c(i-1,lg)-c(i-1,lg-1))/dx);
        end
    end
end
end
end
```

9.2. Matlab функција – транспорт растворене материје у провoдницима под притиском, схема другог реда тачности

```
function [ c ] = transport3( )

% Ova funkcija opisuje transport rastvorene materije u provodnicima pod pritiskom
% Shema drugog reda ta?nosti
% l-du?ina provodnika, Qg-protok, v-brzina fluida, dx- prostorni korak,
% t0- vrijeme doziranja, c0-po?etna koncentracija, Re- Rejnoldsov broj,
% Dl- koeficijent disperzije, Pe- pekleov broj.

l=1.55;
Qg=1.7;
v=Qg/1000/0.08/0.08;
dx=0.01;
t0=2;
c0=100;
T=20;
Re=0.08*v/(10^(-6));
Dl=0.09*1.22*10^(-5)*Re^0.875*0.8;

%izbor vremenskog koraka
Pe=dx*v/dl;
dt1=dx/v;
dt2=dx*dx/2/dl;
dt3=2*d1/v/v;
A=[dt1 dt2 dt3];
dt=min(A)/2;

tg=T/dt+1;
lg=l/dx+1;
tg0=t0/dt;
c=zeros(tg,lg);

for i=2:tg;
    if i<= tg0;
        c(i,1)=c0;
    else
        c(i,1)=0;
    end
    c(i,2)=c(i-1,2)-dt*v*(c(i-1,2)-c(i-1,1))/dx;
    for j=3:lg-1;
        if (c(i-1,j)-c(i-1,j-1))==0;
            Rp=1;
        else
            a1=1;
            b1=((c(i-1,j+1)-c(i-1,j))/(c(i-1,j)-c(i-1,j-1)));
            if a1*b1<0
                Rp=0;
            else
                if abs(a1)<=abs(b1);
                    Rp=a1;
                else
                    Rp=b1;
                end
            end
        end
        if (c(i-1,j-1)-c(i-1,j-2))==0;
            Rm=1;
        else
            a2=1;
            b2=((c(i-1,j)-c(i-1,j-1))/(c(i-1,j-1)-c(i-1,j-2)));
            if a2*b2<0
```

```
Rm=0;
else
  if abs(a2)<=abs(b2);
    Rm=a2;
  else
    Rm=b2;
  end
end
end
end
cp=c(i-1,j)+0.5*(c(i-1,j)-c(i-1,j-1))*Rp;
cm=c(i-1,j-1)+0.5*(c(i-1,j-1)-c(i-1,j-2))*Rm;
c(i,j)=c(i-1,j)+dt*(dl*(c(i-1,j+1)-2*c(i-1,j)+c(i-1,j-1))/(dx)^2-v*(cp-
cm)/dx);
end
cp1=c(i-1,lg)+0.5*(c(i-1,lg)-c(i-1,lg-1));
cm1=c(i-1,lg-1)+0.5*(c(i-1,lg-1)-c(i-1,lg-2));
c(i,lg)=c(i-1,lg)-dt*v*(cp1-cm1)/dx;

end
hl1 = line('XData',1:20001,'YData',c(1:20001,156),'color','b');

end
```

9.3. Matlab функција – транспорт растворене материје у проводницима под притиском са локалним поремећајем струјања

```
function [c] = transport6( )

% Ova funkcija opisuje transport rastvorene materije u provodnicima pod pritiskom
% sa lokalnim poremećajem
% Shema drugog reda tažnosti
% l-dužina provodnika, Qg-protok, v-brzina fluida, dx- prostorni korak,
% t0- vrijeme doziranja, c0-početna koncentracija, Re- Reynoldsov broj,
% Dl- koeficijent disperzije, Pe- peklev broj

l=1.55;

Qg=1.81;
t0=1.38;
c0=617.6;

alfa=0.06;
k1=0;
k2=0;

v=Qg/1000/0.08/0.08*1.14;
dx=0.01;
T=20;
Re=0.08*v/(10^(-6));
dl=0.09*1.22*10^(-5)*Re^0.875;
%izbor vremenskog koraka (uslov stabilnosti)
Pe=dx*v/dl;
dt1=dx/v;
dt2=dx*dx/2/dl;
dt3=2*dl/v/v;
A=[dt1 dt2 dt3];
dt=min(A)/10;

tg=T/dt+1;
lg=l/dx+1;
tg0=t0/dt;
c=zeros(tg,lg);
s=zeros(tg,lg);

k=k1;
for i=2:tg;
    if i<= tg0;
        c(i,1)=c0;
        %s(i,1)=2*c0;
    else
        c(i,1)=0;
        % s(i,1)=0;
    end
    s(i,2)=s(i-1,2)+dt*k/alfa*(c(i-1,2)-s(i-1,2));
    c(i,2)=c(i-1,2)-dt*v*(c(i-1,2)-c(i-1,1))/dx-k*dt*(c(i-1,2)-s(i-1,2));
    for j=3:lg-1;
        if (c(i-1,j)-c(i-1,j-1))==0;
            Rp=1;
        else
            a1=1;
            b1=((c(i-1,j+1)-c(i-1,j))/(c(i-1,j)-c(i-1,j-1)));
            if a1*b1<0
                Rp=0;
            end
        end
    end
end
```

```
else
    if abs(a1) <= abs(b1);
        Rp=a1;
    else
        Rp=b1;
    end
end
end
if (c(i-1,j-1)-c(i-1,j-2))==0;
    Rm=1;
else
    a2=1;
    b2=((c(i-1,j)-c(i-1,j-1))/(c(i-1,j-1)-c(i-1,j-2)));
    if a2*b2<0
        Rm=0;
    else
        if abs(a2) <= abs(b2);
            Rm=a2;
        else
            Rm=b2;
        end
    end
end
end

s(i,j)=s(i-1,j)+dt*k/alfa*(c(i-1,j)-s(i-1,j));

cp=c(i-1,j)+0.5*(c(i-1,j)-c(i-1,j-1))*Rp;
cm=c(i-1,j-1)+0.5*(c(i-1,j-1)-c(i-1,j-2))*Rm;
c(i,j)=c(i-1,j)+dt*(dl*(c(i-1,j+1)-2*c(i-1,j)+c(i-1,j-1))/(dx)^2-v*(cp-
cm)/dx)-k*dt*(c(i-1,j)-s(i-1,j));
if c(i,j) < s(i,j);
    k=k2;
else
    k=k1;
end
end

cp1=c(i-1,lg)+0.5*(c(i-1,lg)-c(i-1,lg-1));
cm1=c(i-1,lg-1)+0.5*(c(i-1,lg-1)-c(i-1,lg-2));
c(i,lg)=c(i-1,lg)-dt*v*(cp1-cm1)/dx;

end

h11 = line('XData',1:20001,'YData',c(1:20001,156),'color','b');
h12 = line('XData',1:20001,'YData',s(1:20001,156),'color','r');

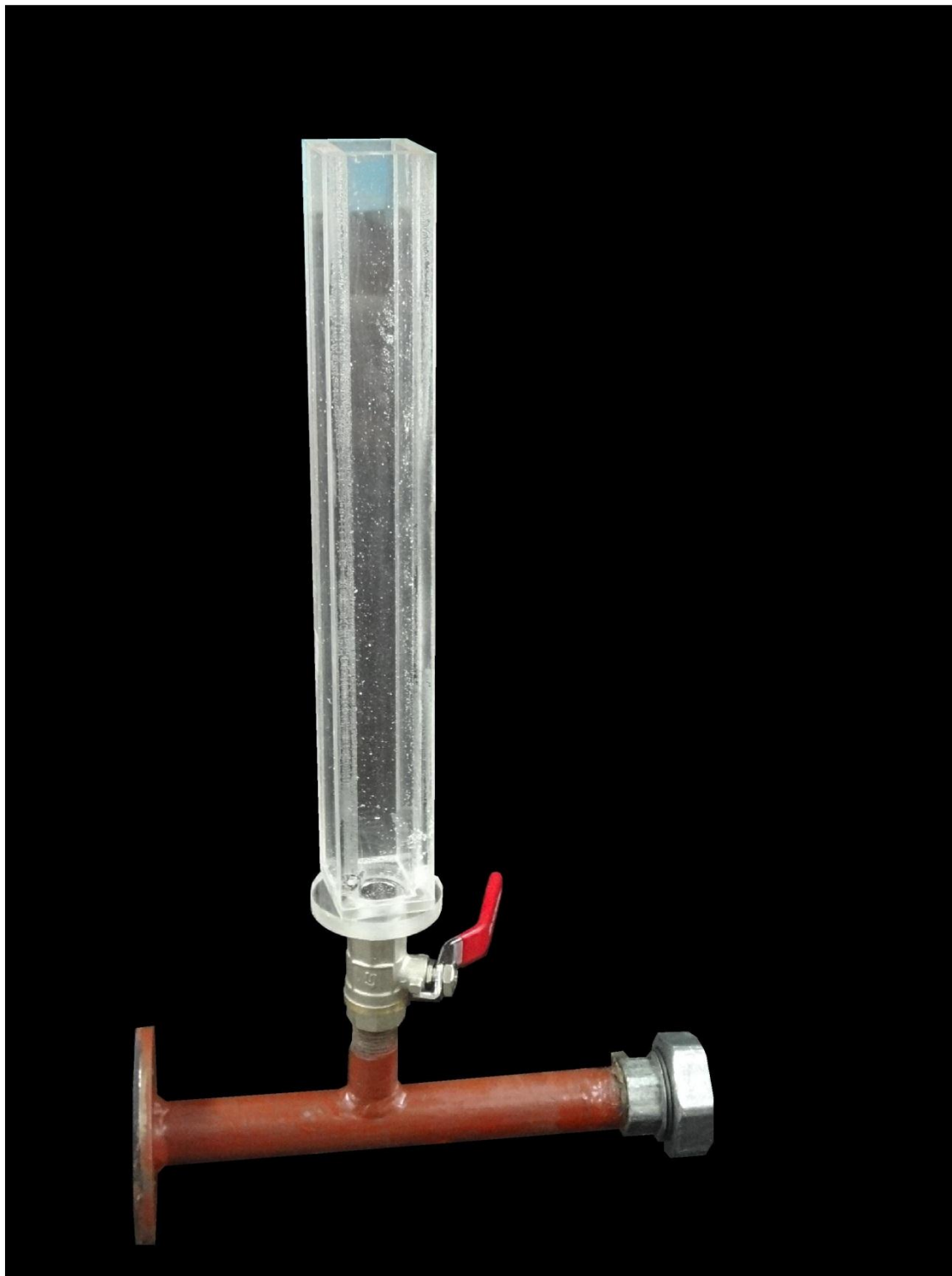
end
```

10. ДОДАТАК Б – СЛИКЕ ИЗРАЂЕНОГ МОДЕЛА

10.1. Улазни дио са мјерачем протока



10.2. Средњи дио са боцом за дозирање



10.3. Цијев од плексигласа – излазни дио



