



Univerzitet u Beogradu, Građevinski fakultet



Merni objekti za merenje protoka u otvorenim tokovima



Pristupno predavanje

10.05.2021.

Miloš Milašinić



MERENJE PROTOKA U OTVORENIM TOKOVIMA

- **Pristup V-A (brzina – proticajni presek):**

- hidrometrijsko krilo
- elektromagnetni senzori
- akustični senzori

“Mana”: Neophodno paralelno meriti dve veličine - dubinu i brzine u više tačaka

- **Pristup dubina – protok: merenje dubine → protok**

- Pragovi
- Merna suženja
- Prelivi

Meri se samo jedna veličina.

MERENJE PROTOKA U OTVORENIM TOKOVIMA – H - Q PRISTUP

- Uslov: neophodna jednoznačna funkcionalna zavisnost između protoka i dubine $\rightarrow Q = f(h)$
- Zavisnost 1: Šezi-Maningova jednačina za jednoliko tečenje

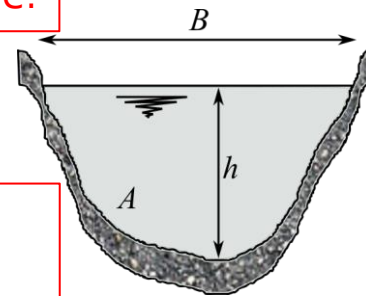
$$Q = \frac{1}{n} \cdot A(h) \cdot R(h)^{2/3} \cdot \sqrt{I_D}$$

Generalno loše rešenje jer se u praksi teško može ostvariti jednoliko tečenje!

- Zavisnost 2: Kritični režim $\rightarrow h = h_{kr}$ i $Fr = 1$

$$Fr = \frac{Q^2 \cdot B(h)}{g \cdot A(h)^3} = \frac{V^2}{g \cdot h} = 1$$

Da bi se iskoristila ova funkcionalna zavisnost neophodno je u toku obezbediti pojavu kritičnog režima, tj. kritične dubine!



- Kako obezbediti h_{kr} ?



Minimalna specifična energija \rightarrow napraviti prepreku vodi \rightarrow merni objekat

MERENJE PROTOKA U OTVORENIM TOKOVIMA – MERNI OBJEKTI

- Tipovi mernih objekata

Formiraju kritičnu dubinu

Pragovi

Merna suženja

Slično ali malo drugačije

Prelivi



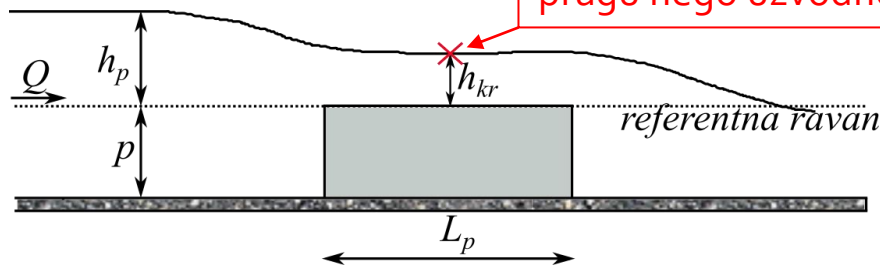
MERENJE PROTOKA U OTVORENIM TOKOVIMA – MERNI OBJEKTI

- Pragovi
- Ako bi izmerili h_{kr} prema $Fr=1 \rightarrow Q$
- **Problem: ne zna se tačna lokacija kritične dubine** \rightarrow greška pri merenju dubine utiče na protok dobijen preko $Fr=1$
- **Kako rešiti ovaj problem?** \rightarrow uzvodno od praga javlja se miran režim \rightarrow greška pri merenju nivoa manja nego u kritičnom i burnom režimu \rightarrow meriti dubinu negde uzvodno od praga
- **Funkcionalna zavisnost $Q = f(h_{uzv})$ se mora dopuniti e.j-nom**

MERENJE PROTOKA U OTVORENIM TOKOVIMA – MERNI OBJEKTI

• Pragovi

Problem: nepoznata tačna lokacija kontrolnog preseka → veća nepouzdanost merenja nivoa na pragu nego uzvodno



$$Fr = \frac{Q^2 \cdot B(h_{kr})}{g \cdot A(h_{kr})^3} = 1$$

Primer: pravougaoni poprečni presek

$$A = B \cdot h$$

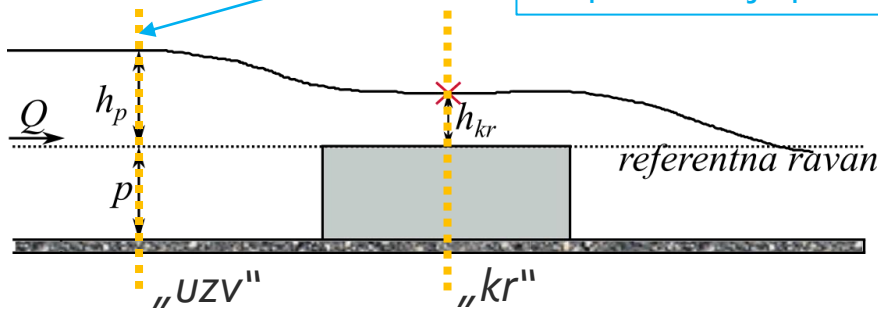
$$Q = B \sqrt{g \cdot h_{kr}^3}$$

Funkcionalna zavisnost $Q = f(h_{kr})$

MERENJE PROTOKA U OTVORENIM TOKOVIMA – MERNI OBJEKTI

• Pragovi

Rešenje: merenje nivoa uzvodno → manja nepouzdanost merenja nivoa → pouzdanija procena protoka



$$Fr = \frac{Q^2 \cdot B(h_{kr})}{g \cdot A(h_{kr})^3} = 1$$

Primer: pravougaoni poprečni presek

$$A = B \cdot h$$

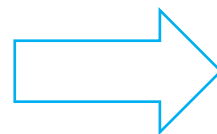
$$Q = B \sqrt{g \cdot h_{kr}^3}$$

Funkcionalna zavisnost $Q = f(h_{kr}) \rightarrow$ nepouzdana

Dopuna zavisnosti na $Q = f(h_p) \rightarrow$ preko e.j od „uzv“ do „kr“

$$h_p + \frac{v_{uzv}^2}{2g} = h_{kr} + \frac{v_{kr}^2}{2g} (1 + \xi_{uzv})$$

$$Fr = \frac{v_{kr}^2}{g \cdot h_{kr}} = 1 \Rightarrow \frac{v_{kr}^2}{g} = h_{kr}$$

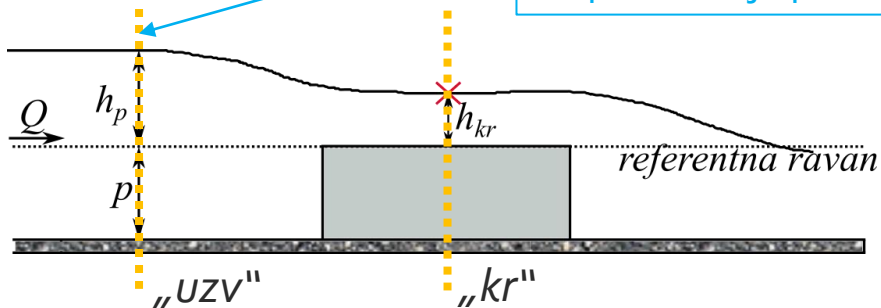


$$h_p + \frac{v_{uzv}^2}{2g} \overset{\approx 0}{=} h_{kr} + \frac{h_{kr}}{2} (1 + \xi_{uzv})$$

MERENJE PROTOKA U OTVORENIM TOKOVIMA – MERNI OBJEKTI

• Pragovi

Rešenje: merenje nivoa uzvodno → manja nepouzdanost merenja nivoa → pouzdanija procena protoka



$$Fr = \frac{Q^2 \cdot B(h_{kr})}{g \cdot A(h_{kr})^3} = 1$$

Primer: pravougaoni poprečni presek

$$A = B \cdot h$$

$$Q = B \sqrt{g \cdot h_{kr}^3}$$

Funkcionalna zavisnost $Q = f(h_{kr}) \rightarrow$ nepouzdana

Dopuna zavisnosti na $Q = f(h_p) \rightarrow$ preko e.j od „uzv“ do „kr“

$$h_{kr} = \frac{2}{3 + \xi_{uzv}} \cdot h_p$$

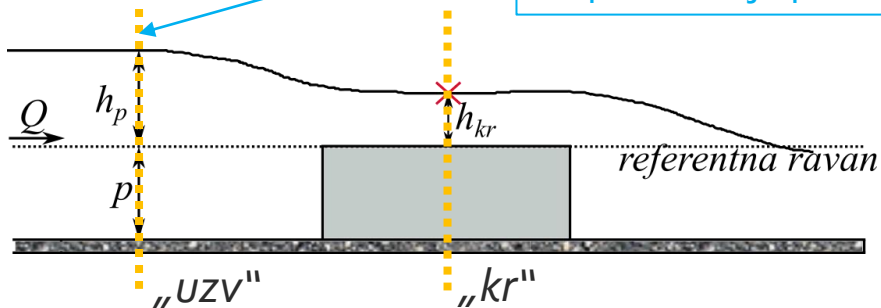
$$Q = \frac{2}{(3 + \xi_{uzv})^{3/2}} \cdot B \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h_p^3}$$

koeficijent m

MERENJE PROTOKA U OTVORENIM TOKOVIMA – MERNI OBJEKTI

• Pragovi

Rešenje: merenje nivoa uzvodno → manja nepouzdanost merenja nivoa → pouzdanija procena protoka



$$Fr = \frac{Q^2 \cdot B(h_{kr})}{g \cdot A(h_{kr})^3} = 1$$

Primer: pravougaoni poprečni presek

$$A = B \cdot h$$

$$Q = B \sqrt{g \cdot h_{kr}^3}$$

Funkcionalna zavisnost $Q = f(h_{kr}) \rightarrow$ nepouzdana

Dopuna zavisnosti na $Q = f(h_p) \rightarrow$ preko e.j od „uzv“ do „kr“

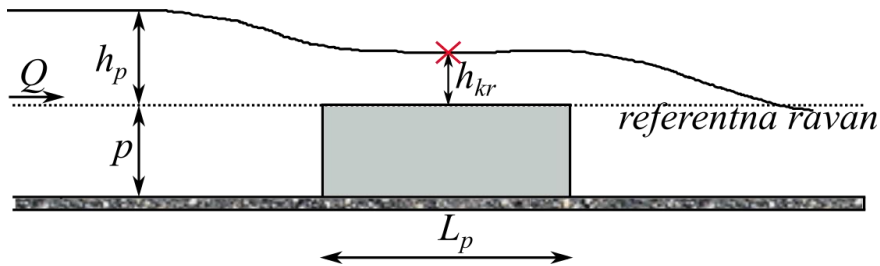
$$h_{kr} = \frac{2}{3 + \xi_{uzv}} \cdot h_p$$

$$Q = m \cdot B \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h_p^3}$$

$m=0.385$ za idealan fluid, za realan manje (zavisi od oblika uzvodne ivice)

MERENJE PROTOKA U OTVORENIM TOKOVIMA – MERNI OBJEKTI

- Pragovi
- Uslovi pri projektovanju



$$p \geq h_p$$

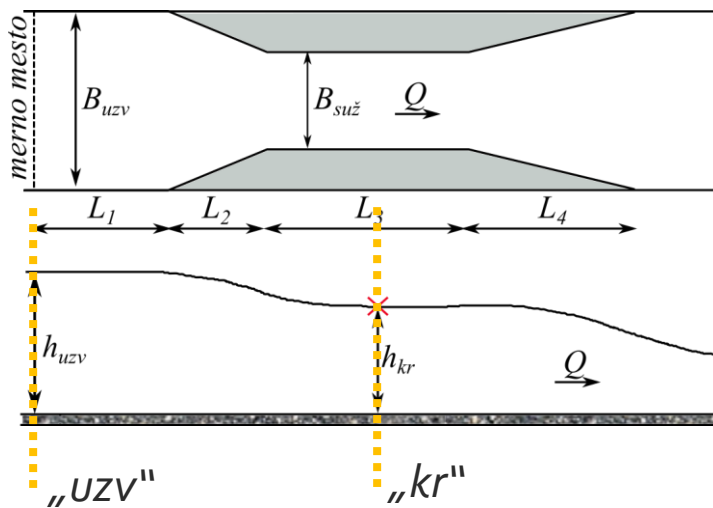
$$3 \cdot h_p < L_p < 5 \cdot h_p$$

MERENJE PROTOKA U OTVORENIM TOKOVIMA – MERNI OBJEKTI

- Merna suženja
- Funkcionišu po istom principu kao prag
- Ukoliko se formira dovoljno veliko suženje $\rightarrow h_{kr}$ u suženju
- Nepoznata tačna lokacija kritične dubine
- Meri se dubina uzvodno od suženja, u mirnom režimu
- Funkcionalna zavisnost $Q = f(h_{uzv}) \rightarrow$ e.j. i uslov $Fr=1$
- Prednost u odnosu na prag \rightarrow nema taloženja nanosa!

MERENJE PROTOKA U OTVORENIM TOKOVIMA – MERNI OBJEKTI

▪ Merna suženja



Energetska jednačina za idealan fluid

$$h_{uzv} + \frac{v_{uzv}^2}{2g} = h_{kr} + \frac{v_{kr}^2}{2g}$$

+

Jednačina kontinuiteta

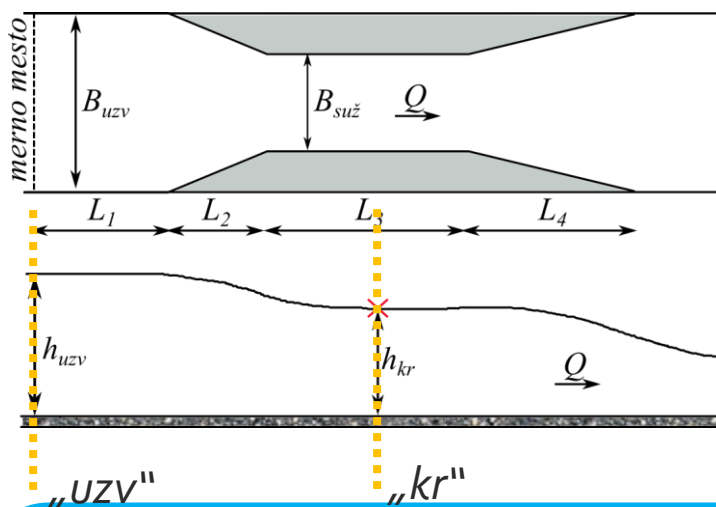
$$Q = v_{uzv} \cdot A_{uzv} = v_{kr} \cdot A_{kr}$$



$$Q_{ID} = \sqrt{2g \cdot (h_{uzv} - h_{kr}) \cdot \frac{A_{uzv}^2 \cdot A_{kr}^2}{A_{uzv}^2 - A_{kr}^2}}$$

MERENJE PROTOKA U OTVORENIM TOKOVIMA – MERNI OBJEKTI

▪ Merna suženja



Kritična dubina u suženju

$$Fr = \frac{Q^2 \cdot B(h_{kr})}{g \cdot A(h_{kr})^3} = 1$$

+

Energetska j-na + jednačina kontinuiteta

$$Q_{ID} = \sqrt{2g \cdot (h_{uzv} - h_{kr}) \cdot \frac{A_{uzv}^2 \cdot A_{kr}^2}{A_{uzv}^2 - A_{kr}^2}}$$

Funkcionalna zavisnost za idealan fluid

$$Q_{ID} = f(h_1) \quad \text{Zavisi od geometrije}$$

Funkcionalna zavisnost za realan fluid

$$Q = C_Q \cdot Q_{ID}(h_1)$$

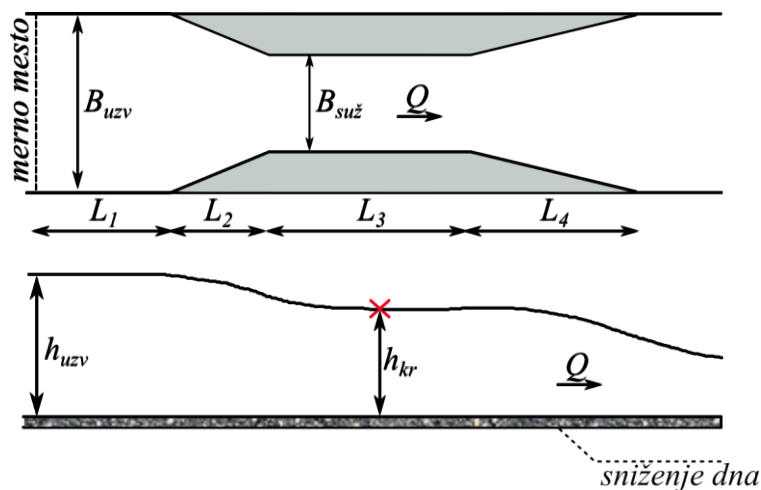
$$C_Q = 0.95 \quad \text{Za } h_{uzv} > 10 \text{ cm (Hajdin 1980.)}$$

i za $L_3/h_{kr} > 2$

Za $L_3 = 0$ (Parshal-ovo suženje) svaki pojedini tip se mora ispitati

MERENJE PROTOKA U OTVORENIM TOKOVIMA – MERNI OBJEKTI

▪ Merna suženja



Kritična dubina u suženju

$$Fr = \frac{Q^2 \cdot B(h_{kr})}{g \cdot A(h_{kr})^3} = 1$$

+

Energetska j-na + jednačina kontinuiteta

$$Q_{ID} = \sqrt{2g \cdot (h_{uzv} - h_{kr}) \cdot \frac{A_{uzv}^2 \cdot A_{kr}^2}{A_{uzv}^2 - A_{kr}^2}}$$

Funkcionalna zavisnost za idealan fluid

$$Q_{ID} = f(h_1) \quad \text{Zavisi od geometrije}$$

Funkcionalna zavisnost za idealan fluid

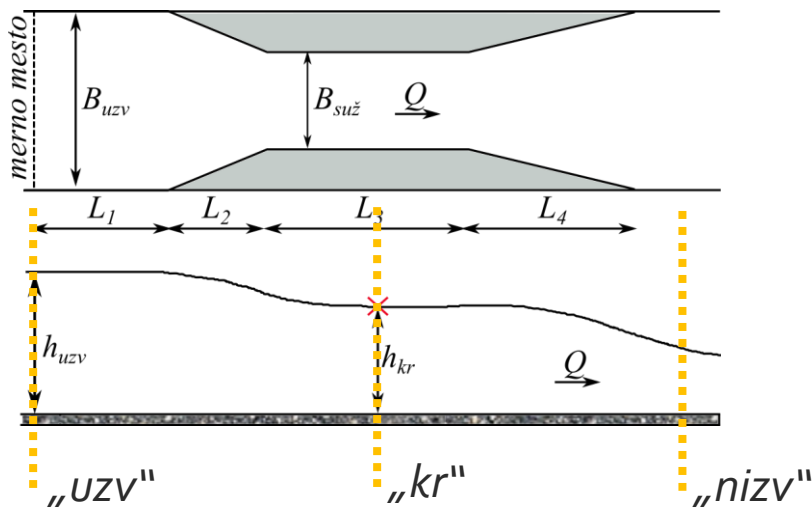
$$Q = C_Q \cdot Q_{ID}(h_1)$$

Potencijalni problem: nemogućnost ostvarivanja nepotopljenog tečenja

Rešenje: sniženje nizvodnog dna

MERENJE PROTOKA U OTVORENIM TOKOVIMA – MERNI OBJEKTI

▪ Merna suženja



Uslov nepotopljenosti suženja

$$(h_{nizv} - \Delta Z_D) - h_{kr} \leq \frac{1}{2} \cdot (h_{uzv} - h_{kr})$$

Sniženje nizvodnog dna

▪ Uslovi za projektovanje

$$h_{uzv} > 10 \text{ cm}$$

Ugao suženja – oko 11°

$$L_3/h_{kr} > 2$$

Ugao proširenja – $6-7^\circ$

MERENJE PROTOKA U OTVORENIM TOKOVIMA – MERNI OBJEKTI

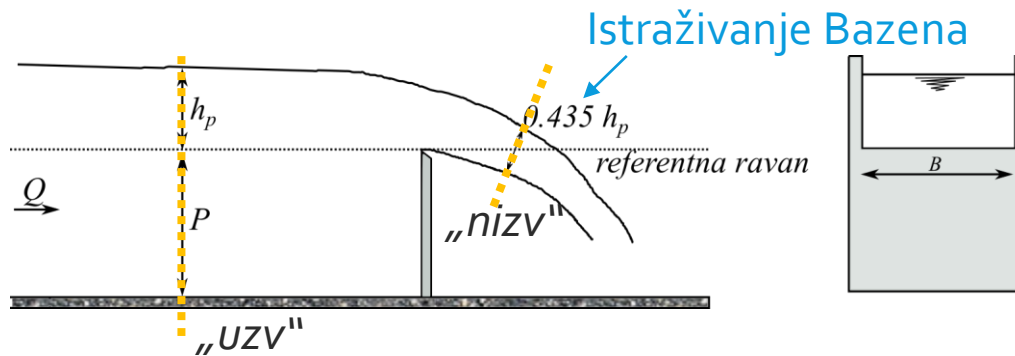
- Merna suženja
- **Prednosti:**
 - Ne remeti se mnogo tok uzvodno, ukoliko je obezbeđena nepotopljenost
 - Veća brzina u suženju + nema oštrih ivica → bolji pronos nanosa
- **Mane:**
 - Dugačak i skup objekat

MERENJE PROTOKA U OTVORENIM TOKOVIMA – *MERNI OBJEKTI*

- Prelivi
- Ovazdušenje mlaza nakon prelivanja
- Različiti tipovi:
 - Pravougaoni na celoj širini kanala
 - Pravougaoni sa bočnom kontrakcijom
 - Trougaoni (Tomsonov)
 - Trapezni
 - Proporcionalni itd.

MERENJE PROTOKA U OTVORENIM TOKOVIMA – MERNI OBJEKTI

• Prelivi – oštroivični pravougaoni (Bazenov)



$$h_p + \frac{v_{uzv}^2}{2g} \stackrel{\approx 0}{=} \frac{v_{nizv}^2}{2g} (1 + \xi_p)$$

$$Q = v \cdot B \cdot h$$

$$v_{nizv} = \frac{1}{\sqrt{1 + \xi_{uzv}}} \cdot \sqrt{2g \cdot h_p}$$

$$Q = \frac{0.435}{\sqrt{1 + \xi_{uzv}}} \cdot B \cdot \sqrt{2g \cdot h_p^3}$$

Koef. preliivanja m

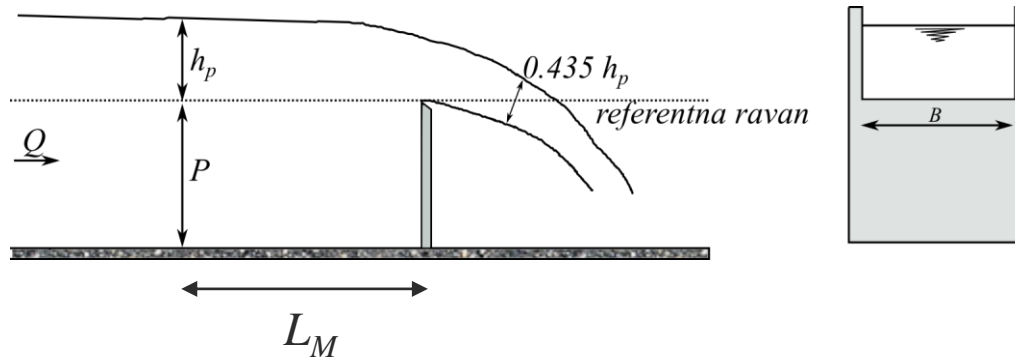
$$Q = v_{nizv} \cdot B \cdot h_{nizv} = v_{nizv} \cdot B \cdot 0.435 \cdot h_p$$

$$m = m \left(\frac{h_p}{P} \right) \quad m = 0.41 \div 0.49$$

$$Q = m \cdot B \cdot \sqrt{2g \cdot h_p^3}$$

MERENJE PROTOKA U OTVORENIM TOKOVIMA – MERNI OBJEKTI

• Prelivi – oštroični pravougaoni (Bazenov)



• Uslovi pri projektovanju

$$P \geq 2 \cdot h_p$$

Visina preлива

$$L_M \geq 1.5 h_p$$

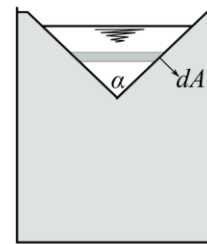
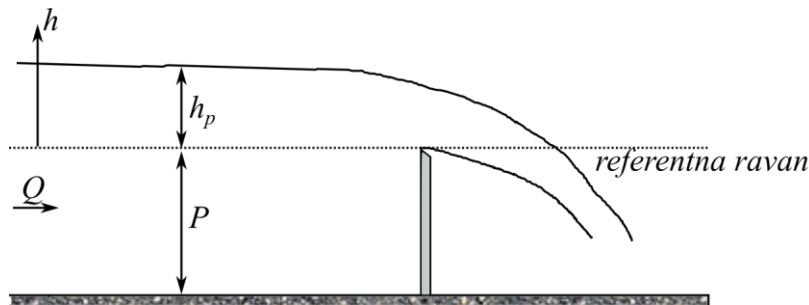
Rastojanje mernog profila od preлива

Bazenova formula

$$m = \left(0.405 + \frac{0.003}{h_p} \right) \left[1 + 0.55 \cdot \left(\frac{h_p}{h_p + P} \right)^2 \right]$$

MERENJE PROTOKA U OTVORENIM TOKOVIMA – MERNI OBJEKTI

• Prelivi – trougaoni (Tomsonov)



Brzina na koti h od referentne

$$u = \sqrt{2g \cdot h}$$

Protok kroz elementarnu površinu

$$dQ = m \cdot u \cdot dA$$

$$dQ = 2 \cdot m \cdot \tan \frac{\alpha}{2} \cdot (h_p - h) \cdot \sqrt{2g \cdot h} \cdot dh$$

$$Q = \int_A dQ = \int_0^{h_p} 2 \cdot m \cdot \tan \frac{\alpha}{2} \cdot (h_p - h) \cdot \sqrt{2g \cdot h} \cdot dh$$

$$Q = \frac{8}{15} \cdot \tan \frac{\alpha}{2} \cdot m \cdot \sqrt{2g \cdot h_p^5}$$

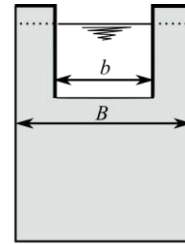
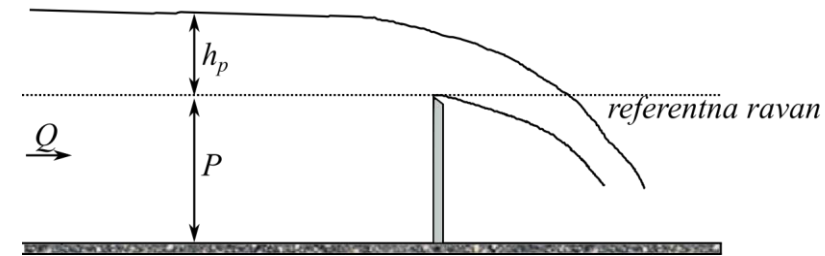
α najčešće 90°



$$Q = \frac{8}{15} \cdot m \cdot \sqrt{2g \cdot h_p^5}$$

MERENJE PROTOKA U OTVORENIM TOKOVIMA – MERNI OBJEKTI

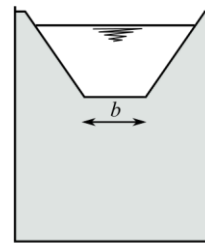
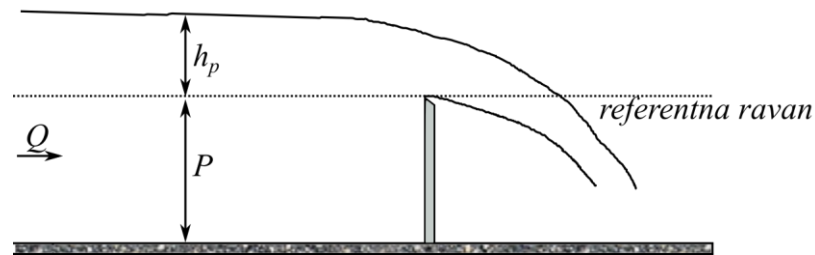
• Prelivi – ostali



Pravougaoni sa bočnim kontrakcijama

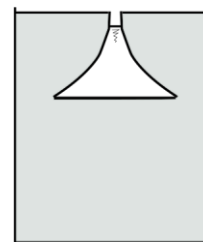
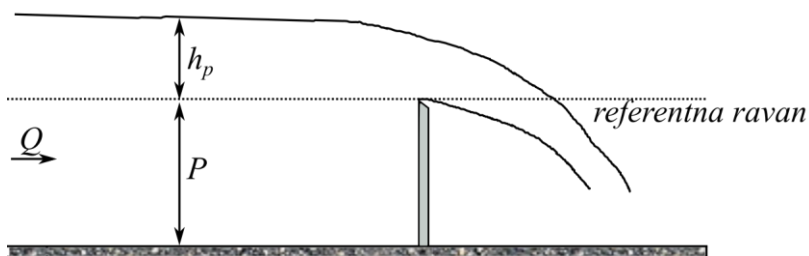
$$Q = m \cdot b \cdot \sqrt{2g \cdot h_p^3}$$

$$m = m\left(\frac{b}{B}, \frac{h_p}{b}\right)$$



Trapezni

$$Q = m \cdot b \cdot \sqrt{2g \cdot h_p^3}$$



Proporcionalni

$$Q = m \cdot h_p$$

MERENJE PROTOKA U OTVORENIM TOKOVIMA – MERNI OBJEKTI

▪ Načini merenja nivoa

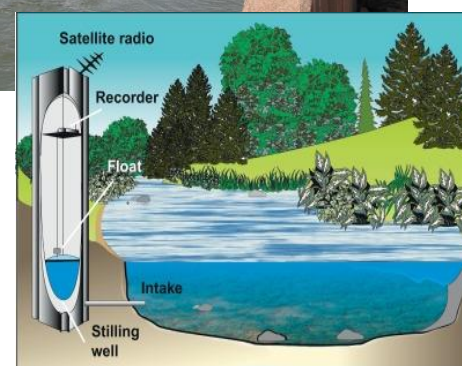
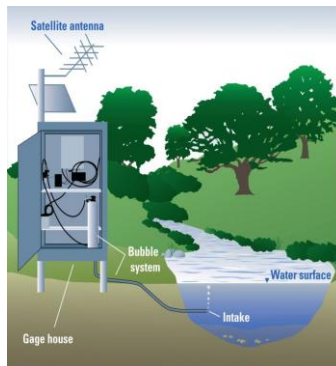
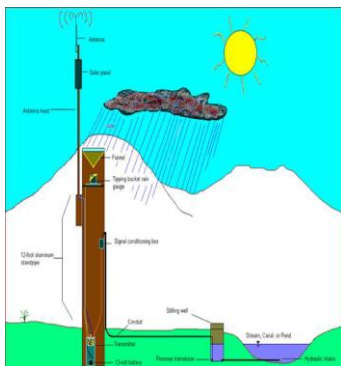
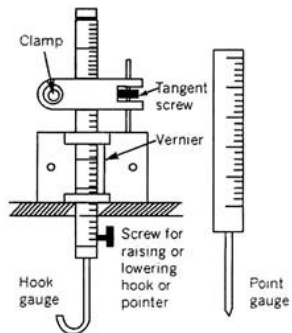
Direktno u vodotoku



Umirujući bunar



Umirivač oscilacija
(crevo, cev, ...)



MERENJE PROTOKA U OTVORENIM TOKOVIMA – MERNI OBJEKTI

- Neodređenost merenja protoka
- Primer: prag kao merni objekat (pravougaoni kanal)
- Cilj: **formirati krivu protoka za merni objekat!**
- Direktno se meri visina prelivnog mlaza [m]
- Preračunava se protok preko $Q = f(h_{uzv})$
- Poznata apsolutna neodređenost merenja nivoa – $\delta h = const.$
- Kako proceniti apsolutnu neodređenost merenja protoka?

- Propagacija neodređenosti

$$Q = m \cdot B \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h_p^3}$$

$$\delta Q = \frac{\partial Q}{\partial h} \cdot \delta h$$

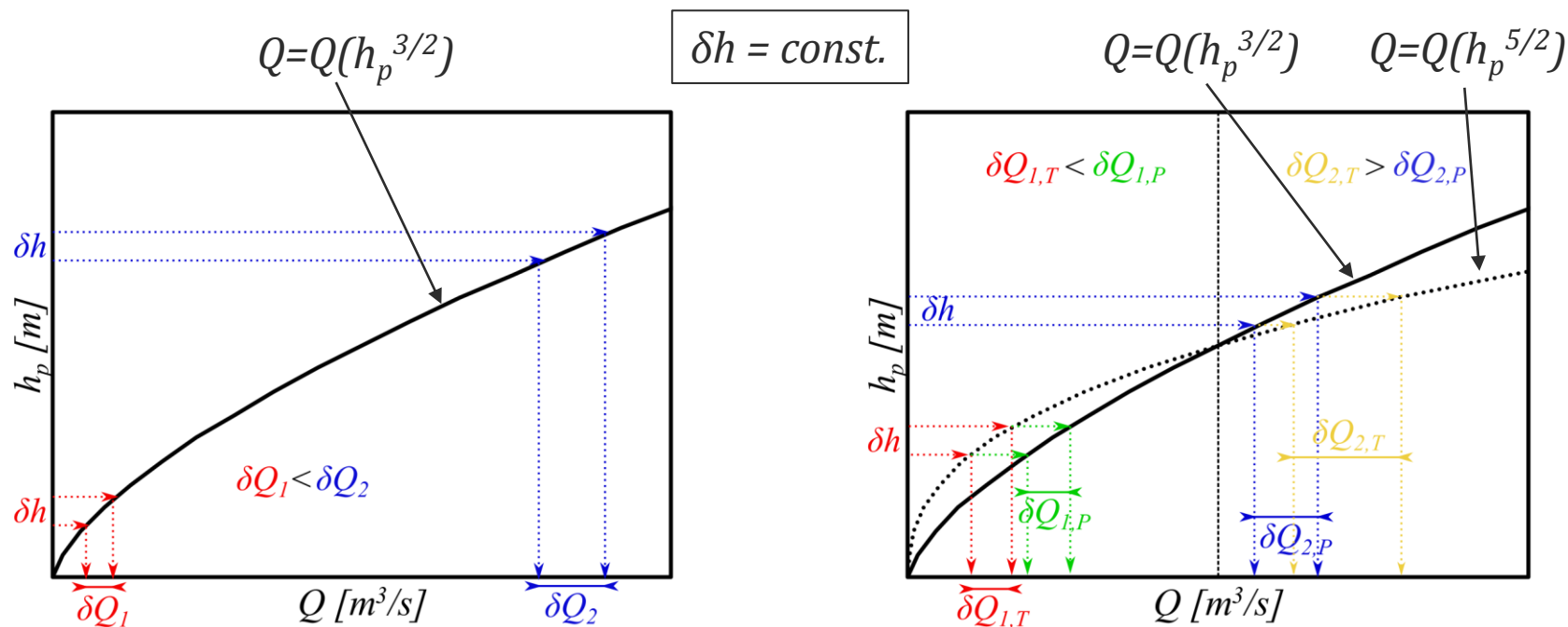
$$\delta Q = m \cdot B \cdot \frac{3}{2} \cdot \sqrt{2g} \cdot \sqrt{h} \cdot \delta h$$

$$\delta Q \neq const.$$

Neodređenost merenja protoka raste sa porastom dubine

MERENJE PROTOKA U OTVORENIM TOKOVIMA – MERNI OBJEKTI

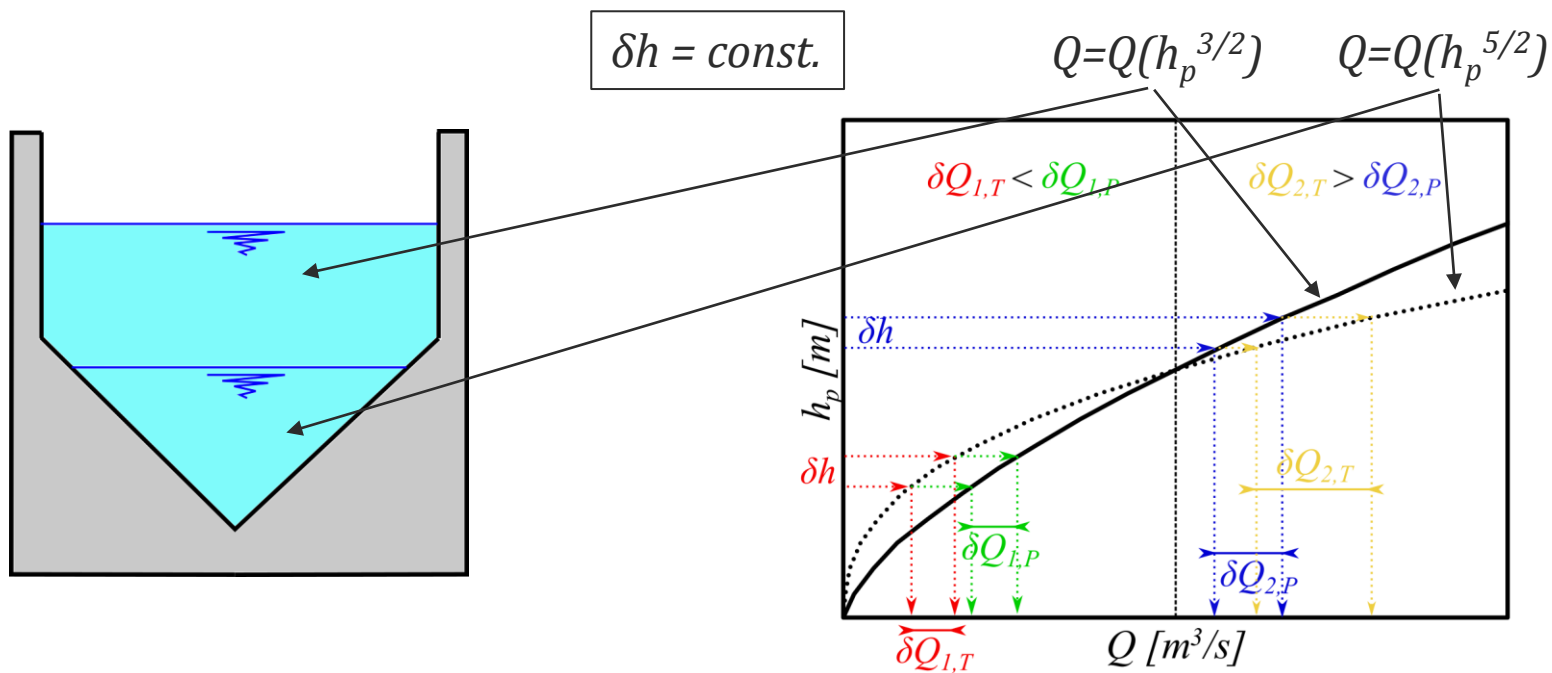
- Neodređenost merenja protoka



Kada je potrebno meriti protok u širokom opsegu → složeni presek → pouzdanije merenje

MERENJE PROTOKA U OTVORENIM TOKOVIMA – MERNI OBJEKTI

- Neodređenost merenja protoka



Kada je potrebno meriti protok u širokom opsegu → složeni presek → pouzdanije merenje

MERENJE PROTOKA U OTVORENIM TOKOVIMA – MERNI OBJEKTI

- **Literatura**

- D. Prodanović, Skripta sa predavanja, [link](#)
- R. Kapor (2015): Hidraulika, Građevinski fakultet, Beograd
- Č. Maksimović (1993): Merenja u hidrotehnici, Građevinski fakultet, Beograd
- G. Hajdin (1980): *Određivanje proticaja merenjem jedne ili dve visine*, Merni objekti za određivanje proticaja u otvorenim tokovima, Građevinski fakultet, Beograd
- Lj. Savić (2009): *Objekti za merenje proticaja u kanalima i manjim prirodnim vodotocima*, Uvod u hidrotehničke građevine, Građevinski fakultet, Beograd
- itd.
- Softver za inicijalno projektovanje mernih suženja : WinFlume



Univerzitet u Beogradu, Građevinski fakultet



Merni objekti za merenje protoka u otvorenim tokovima



Pristupno predavanje

10.05.2021.

Miloš Milašinović

