



Vežba br. 1 **ANALIZA GREŠAKA U MERENJU**

Zadatak 1. Pomoću digitalne štoperice izmeriti i zabeležiti vremenski interval $\Delta t = 5.0 \text{ sec}$. Merenje obaviti 50 puta, u grupama po dvoje, na sledeći način:

- pratiti sekundaru na ručnom časovniku i kad se proceni da je proteklo 5 sekundi od uključanja štoperice, istu zaustaviti;
- zabeleženo vreme na štoperici treba da očita ona osoba koja nije merila vreme, dok osoba koja je merila ne treba da zna rezultat očitavanja;
- očitani podatak uneti u ranije otvorenu radnu tablicu EXCEL programa - ime fajla je vezba1.xls.

Napomena 1: Za izvođenje vežbe vremenski interval od 5 sekundi gledati na analognom satu sa sekundarom koja se pomera u koracima sitnijim od jedne sekunde - to su uglavnom svi analogni mehanički satovi. Ukoliko se vremenski interval prati na satu na kome se sekundara pomera u koracima od jedne sekunde (većina analognih kvarcni satova), standardno odstupanje merenja vremena (oko 0.2 sec) je manje od koraka sekundare, pa ni rezultati merenja nisu korektni. Korišćenjem digitalne štoperice se eliminiše subjektivnost u očitavanju vremenskog intervala.

Napomena 2: Pre startovanja sa serijom od 50 merenja, neophodno je izvesno uhodavanje eksperimentatora. U tu svrhu obaviti dva puta po 10 do 20 merenja.

Zadatak 2. Izračunati osnovne statističke parametre obavljene serije merenja Δt_i : srednju vrednost, standardno odstupanje uzorka, maksimalnu i minimalnu izmerenu vrednost i standardno odstupanje srednje vrednosti.

Zadatak 3. Izmerene vrednosti prikazati na grafiku, zajedno sa srednjom vrednosti i standardnim odstupanjem.

Zadatak 4. Naći i nacrtati empirijsku raspodelu izmerenih vrednosti svrstavajući ih u potreban broj klasa.

Zadatak 5. Izračunati i nacrtati teorijsku krivu gustine raspodele.



Vežba br. 1
PRILOG ZA PRORAČUN U EXCEL-U

Zadatak 2. Proračun osnovnih statističkih parametara obavljene serije merenja:

Parametar	Oznaka	Funkcija u EXCEL-u / formula
Srednja vrednost	\bar{x}_{sr}	=AVERAGE (niz)
Standardno odstupanje	σ_x	=STDEV (niz)
Maksimalna vrednost	x_{max}	=MAX (niz)
Minimalna vrednost	x_{min}	=MIN (niz)
Broj podataka	N	=COUNT (niz)
Standardno odstupanje srednje vrednosti	$\sigma_{x,sr}$	$= \frac{\sigma_x}{\sqrt{N}}$

Zadatak 3. Za crtanje dijagrama koristiti tip XY (*Scatter*).

Zadaci 4 i 5. Empirijska i teorijska funkcija raspodele

Parametar	Oznaka	Objašnjenje / Formula	
Određivanje broja i širine intervala klasa			
Preporučeni broj klasa	k_p	$=5 \log (N)$	
Usvojeni broj klasa	k_{usv}	ceo broj veći od k_p	
Širina klase	Δx	$= \frac{X_{max} - X_{min}}{K_{usv}}$	
Određivanje gornje i donje granice intervala klasa ($\bar{x}_{sr} \pm 2\sigma_x$)			
Donja granica	DG	$= \bar{x}_{sr} - 2 \cdot \sigma_x$	usvojiti manji broj sa jednom decimalom
Gornja granica	GG	$= \bar{x}_{sr} + 2 \cdot \sigma_x$	usvojiti veći broj sa jednom decimalom
Modifikovan broj klasa	K	$= \frac{GG - DG}{\Delta x}$	
Tabela za proračun empirijske i teorijske funkcije raspodele			
Klasa	K	formirati redove od 1-K	
Donja granica	DG	1. red = usvojena vrednost donje DG (2. - K-ti) red = GG iz prethodnog reda	
Gornja granica	GG	(1. - K-1) red = DG+ Δx K-ti red = DG+ Δx = usvojena vrednost GG	



Interval klase	I	$=DG - GG$	za crtanje dijagrama zavisnosti merenih veličina i funkcija raspodele $f=F(t)$, nanosi se na x-osu
Empirijska funkcija raspodele	fe	=FREQUENCY (niz izmerenih vrednosti, niz GG klasa)	* objašnjenje dato ispod tabele
Sredina intervala	SI	$= DG + \frac{GG - DG}{2}$	za računanje teorijske funkcije raspodele ft
Teorijska funkcija raspodele	ft	$= \text{NORMDIST}(SI, X_{sr}, \sigma_x, \text{false}) \cdot N \cdot \Delta x$	** objašnjenje dato ispod tabele

* Za računanje empirijske funkcije raspodele u EXCEL-u može se koristiti formula FREQUENCY. To je matrična formula koja računa koliko često se vrednosti zadatog niza pojavljuju u okviru zadatog opsega vrednosti. FREQUENCY se unosi kao matrična formula posle selektovanja ćelija u kojima hoćete da se pojave rezultati proračuna. Ova naredba se startuje iz *Insert* menija na sledeći način:

INSERT – FUNCTION – STATISTICAL – FREQUENCY

i zahtevaju se sledeći podaci:

FREQUENCY (matrica podataka, matrica klasa)

Kao matrica podataka unosi se *niz izmerenih vrednosti*, a kao matrica klasa niz *gornjih granica* klasa. Formula se startuje istovremenim pritiskom na komande:

<Ctrl> <Shift> <Enter>

** Za računanje normalne funkcije raspodele u EXCEL-u može se koristiti formula NORMDIST, koja se takođe nalazi u STATISTICAL grupi formula. Njom se računa normalna raspodela niza sa određenom srednjom vrednošću i standardnom devijacijom. Formula se unosi u sledećem obliku:

NORMDIST (x, srednja vrednost, standardna devijacija, logička vrednost)

gde je:

- *x* – vrednost za koju se traži teorijska kriva gustine raspodele
- *srednja vrednost i standardna devijacija* - niza merenih podataka
- *logička vrednost* – može biti *true* ili *false*. Ako želimo da dobijemo funkciju raspodele $F(x)$, tada se unosi *true*, a ukoliko želimo da dobijemo gustinu raspodele $f(x)$ (kao što je slučaj u ovom zadatku) tada se unosi *false*.

Napomena: Ukoliko se u formuli zahteva fiksiranje neke vrednosti (da se tokom proračuna ta vrednost uzima kao konstanta), to se može uraditi tako što se klikne između slovne i brojne oznake i pritisne F4. Oznaka za fiksiranu vrednost je npr. \$A\$1.



Vežba br. 1
REZULTATI MERENJA VREMENSKOG
INTERVALA OD 5.0 SEC

Tabela 1. Rezultati merenja

Redni broj	t (sec)	Redni broj	t (sec)
1	4.86	26	5.28
2	4.96	27	5.09
3	5.03	28	4.93
4	4.87	29	4.85
5	5.22	30	4.82
6	5.11	31	4.98
7	5.01	32	5.07
8	4.81	33	5.26
9	5.30	34	5.20
10	4.99	35	5.14
11	4.82	36	4.88
12	4.81	37	4.98
13	5.22	38	4.92
14	5.26	39	4.82
15	5.04	40	5.03
16	4.80	41	5.14
17	4.87	42	5.28
18	5.26	43	4.96
19	5.11	44	4.83
20	5.08	45	4.90
21	4.90	46	5.24
22	4.82	47	5.22
23	4.83	48	5.08
24	5.07	49	5.11
25	5.16	50	4.97



Vežba br. 1 OBRADA REZULTATA MERENJA

Tabela 1. Osnovni statistički parametri

Naziv	Oznaka	Jedinice	Vrednost
Srednja vrednost	x_{sr}	sec	5.02
Standardno odstupanje	σ_x	sec	0.16
Maksimalna vrednost	x_{max}	sec	5.30
Minimalna vrednost	x_{min}	sec	4.80
Broj podataka	N	-	50
Standardno odstupanje srednje vrednosti	$\sigma_{x,sr}$	sec	0.02

Empirijska (f_e) i teorijska (f_t) funkcija raspodele

Preporučeni broj klasa 8.49

Usvojeni broj klasa 10

Širina klase (Δx) 0.05 sec

Donja granica klase (DG) 4.70 sec

Gornja granica klase (GG) 5.40 sec

Modifikovan broj klasa (K) 14

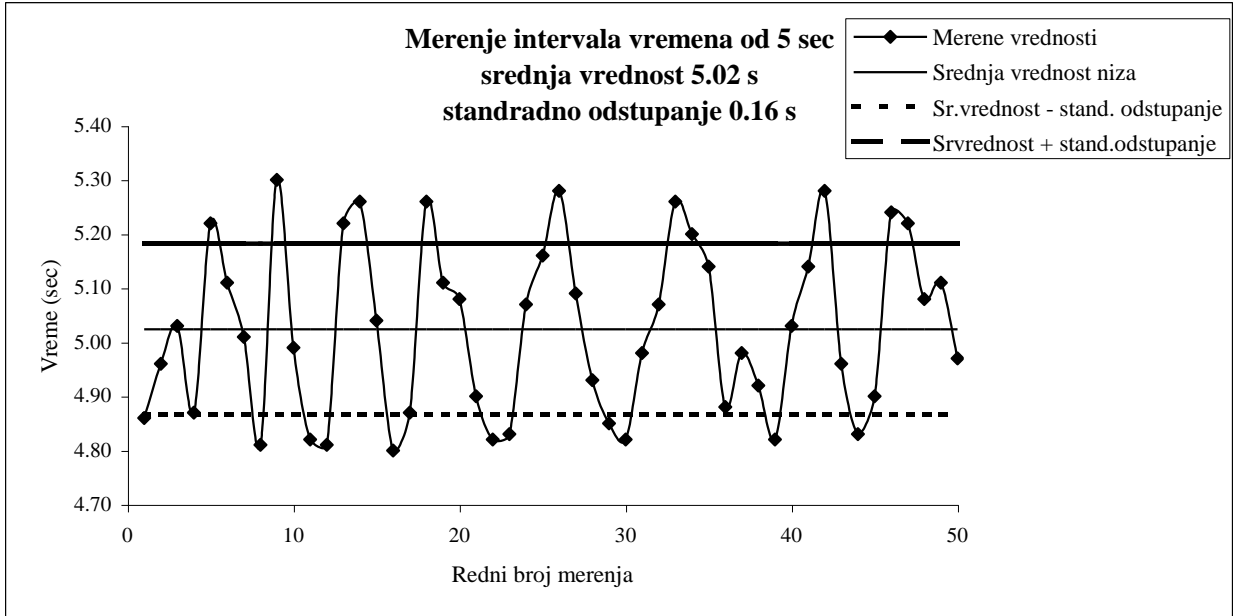
Tabela 2. Proračun funkcija raspodela

Klasa	DG	GG	Interval	f_e	Sred.intervala	f_t
1	4.70	4.75	4.7-4.75	0	4.73	1.06
2	4.75	4.80	4.75-4.8	1	4.78	1.83
3	4.80	4.85	4.8-4.85	9	4.83	2.86
4	4.85	4.90	4.85-4.9	4	4.88	4.05
5	4.90	4.95	4.9-4.95	4	4.93	5.19
6	4.95	5.00	4.95-5	6	4.98	6.01
7	5.00	5.05	5-5.05	4	5.03	6.31
8	5.05	5.10	5.05-5.1	5	5.08	5.98
9	5.10	5.15	5.1-5.15	5	5.13	5.14
10	5.15	5.20	5.15-5.2	1	5.18	3.99
11	5.20	5.25	5.2-5.25	5	5.23	2.81
12	5.25	5.30	5.25-5.3	5	5.28	1.79
13	5.30	5.35	5.3-5.35	1	5.33	1.03
14	5.35	5.40	5.35-5.4	0	5.38	0.54

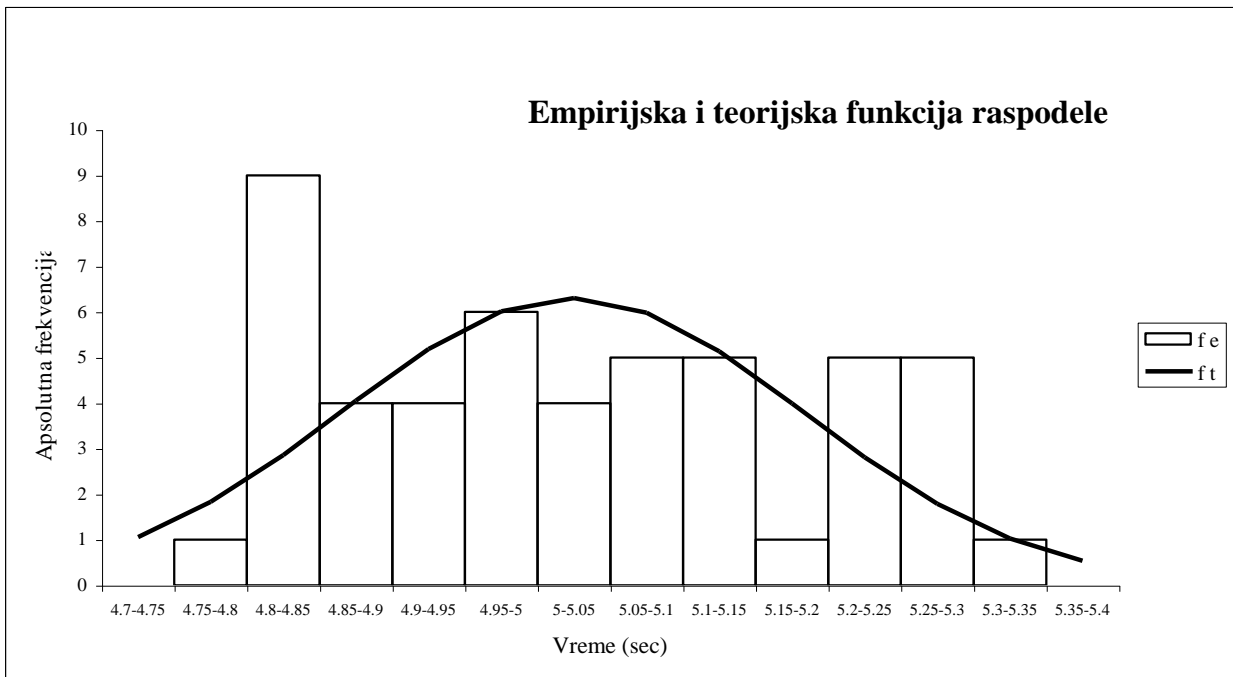
$$\Sigma(f_e) = 50$$



Vežba br. 1 DIJAGRAMI



Slika 1. Prikaz izmerenih vrednosti



Slika 2. Prikaz empirijske i teorijske funkcije raspodele