

Numeričke simulacije prostornog turbulentnog tečenja u hidrotehnici

Napredni kurs Mehanike fluida, doktorske studije

DAMJAN IVETIĆ

divetic@grf.bg.ac.rs

Sadržaj

I - Opšte o turbulenciji i modeliranju turbulencije

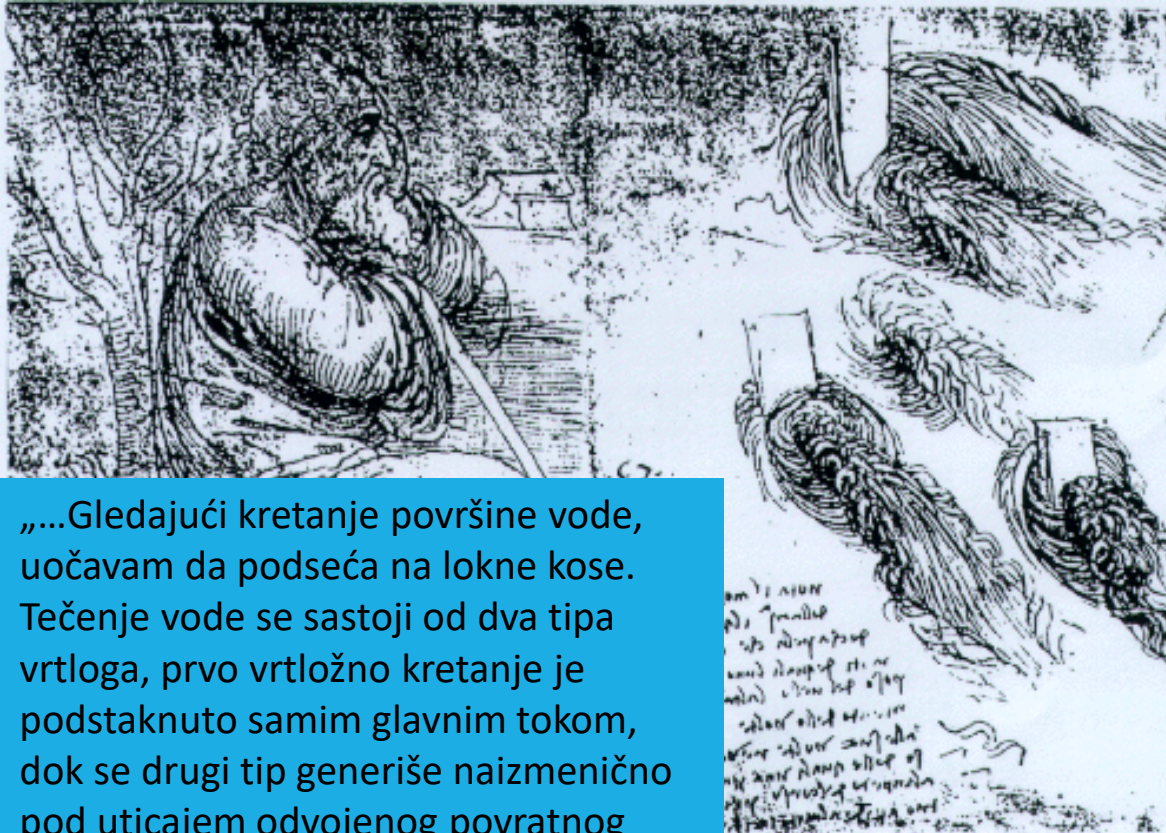
1. Navije Stoksove j-ne i j-na transporta energije
2. Turbulencija i energetska kaskada
3. Pristupi u modeliranju turbulencije

II - Modeliranje turbulencije u hidrotehnici

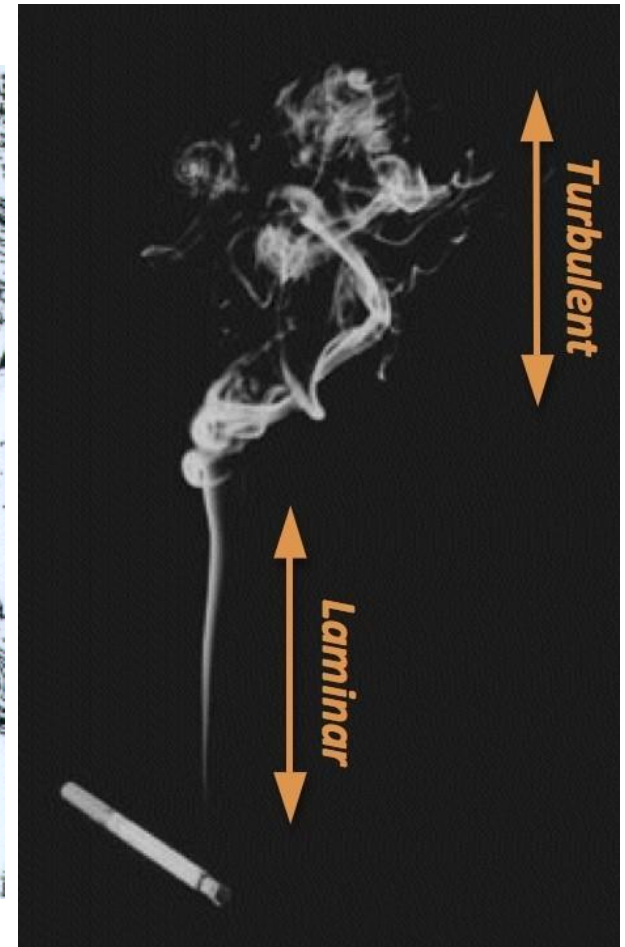
1. Fizika problema
2. Numeričke simulacije tečenja u hidrotehnici
3. Modeli turbulencije u numeričkim simulacijama
4. Primeri (OpenFOAM, iRIC i „in house“)

Turbulencija i energetska kaskada

Autoportret, Leonardo da Vinči (1452-1519)



„...Gledajući kretanje površine vode, uočavam da podseća na lokne kose. Tečenje vode se sastoji od dva tipa vrtloga, prvo vrtložno kretanje je podstaknuto samim glavnim tokom, dok se drugi tip generiše naizmenično pod uticajem odvojenog povratnog toka...”



Turbulencija i energetska kaskada

Šta je turbulencija?

Ne postoji usvojena definicija – ali ima osobine:

1. Nepravilnost – Turbulentno tečenje je u osnovi nepravilno i haotično
2. Difuzivnost – Turbulentni tokovi imaju povećanu difuzivnost, odnosno izraženiju razmenu količine kretanja i toplote!
3. Veliki Rejnoldsovi brojevi – Cevi pod pritiskom > 2300 ; Granični sloj > 500000
4. Prostornost – Turbulentni tok je uvek neustaljen i prostoran (3D)
5. Disipacija – Mali turbulentni vrtlozi disipiraju svoju kinetičku energiju pod uticajem viskoznih sila!

Malo bolji opis –
energetska kaskada

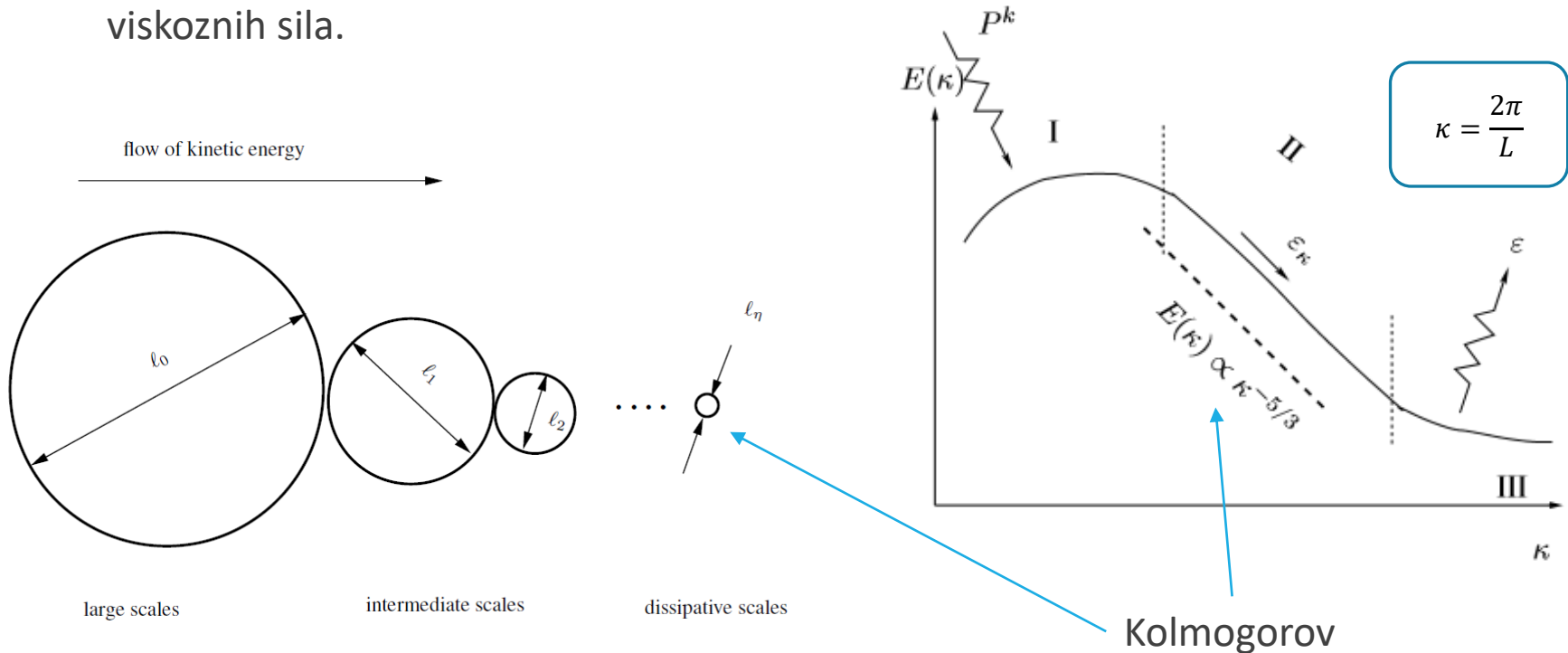


Turbulencija i energetska kaskada

Najveći vrtlozi uzimaju energiju od glavnog, „srednjeg“ toka...

Dalje se energija prenosi na manje vrtloge i tako do...

Do najmanjih vrtloga koji disipiraju kinetičku energiju pod uticajem viskoznih sila.



Navije Stoksove j-ne i j-na transporta energije

Opšti matematički model kojim se opisuje strujanje fluida:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho v_i}{\partial x_i} = 0;$$

J-na kontinuiteta

$$\frac{\partial \rho v_i}{\partial t} + \frac{\partial \rho v_j v_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + \rho f_i$$

Dinamička j-na

$$\frac{\partial \rho(u + k)}{\partial t} + \frac{\partial \rho v_j(u + k)}{\partial x_j} = \frac{\partial \sigma_{ji} v_i}{\partial x_j} - \frac{\partial q_i}{\partial x_i} + \rho v_i f_i$$

J-na održanja
ukupne energije

$$\sigma_{ij} \frac{\partial v_i}{\partial x_j} = -P \frac{\partial v_i}{\partial x_i} + \tau_{ij} \frac{\partial v_i}{\partial x_j}$$

Zagrevanje/hlađenje usled
kompresije/ekspanzije

Disipacija kinetičke energije usled
dejstva viskoznih napona

Za unutrašnju je
to izvor za
kinetičku ponor

Navije Stoksove j-ne i j-na transporta energije

Vrtložnost – uprošćeno: Tendencija za rotacijom

$$\omega_i = \nabla \times v = \epsilon_{ijk} \frac{\partial v_k}{\partial x_j}$$

Vektor vrtložnosti = rotor vektora brzine

$$\frac{\partial \tau_{ji}}{\partial x_j} = -\mu \epsilon_{inm} \frac{\partial \omega_m}{\partial x_n}$$

Veza viskozni naponi - vrtložnost

Ukoliko nema viskoznosti nema ni vrtložnosti!!!

Bezvrtložno = potencijalno!

J-na transporta vrtložnosti

$$\frac{d\omega_p}{dt} \equiv \frac{\partial \omega_p}{\partial t} + v_k \frac{\partial \omega_p}{\partial x_k} = \omega_p \frac{\partial v_p}{\partial x_k} + v \frac{\partial^2 \omega_p}{\partial x_j \partial x_j}$$

Međusobni uticaj vrtložnosti i gradijenata brzine pravi turbulenciju!

Dijagonalni članovi ovog tenzora su zaduženi za izduživanje vrtloga

Vandijagonalni članovi ovog tenzora su zaduženi za savijanje vrtloga

Pristupi u modeliranju turbulencije

Rejnoldsove jednačine – Reynolds Averaged Navier-Stokes (RANS)

$$v_i = \bar{v}_i + v'_i \quad p = \bar{p} + p'$$

Srednja vrednost i fluktuacije

$$\bar{v}_i = \overline{\bar{v}_i + v'_i} = \overline{\bar{v}_i} + \overline{v'_i} = \bar{v}_i$$

Osrednjavanje po vremenu (ušteda resursa)

$$\frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_i} = 0$$

$$\rho \frac{\partial \bar{v}_i \bar{v}_j}{\partial x_i} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\mu \frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_j} - \rho \overline{v'_i v'_j} \right)$$

Pretpostavke:

1. Nestišljiv fluid
2. p – hidrodinamički pritisak
3. Ustaljeni srednji tok RANS

Novi član – **tenzor**
Rejnoldsovih napona
(korelacija)

Broj nepoznatih 10?



Pristupi u modeliranju turbulencije

RANS – Transport Reynoldsovih napona (Prva varijanta)

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \overline{v'_i v'_j}}{\partial t} + \overline{v_k} \frac{\partial \overline{v'_i v'_j}}{\partial x_k} \\ &= \overbrace{-\overline{v'_i v'_k} \frac{\partial \overline{v_j}}{\partial x_k} - \overline{v'_i v'_k} \frac{\partial \overline{v_i}}{\partial x_k}}^{P_{ij}} - \overbrace{\frac{p'}{\rho} \left(\frac{\partial v'_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v'_j}{\partial x_i} \right)}^{\Pi_{ij}} \\ & - \overbrace{\frac{\partial}{\partial x_k} \left(\overline{v'_i v'_j v'_k} + \frac{p' v'_j}{\rho} \delta_{ik} + \frac{p' v'_i}{\rho} \delta_{jk} \right)}^{D_{ij,t}} + \overbrace{v \frac{\partial^2 \overline{v'_i v'_j}}{\partial x_k \partial x_k}}^{D_{ij,v}} - \overbrace{2v \frac{\partial v'_i}{\partial x_k} \frac{\partial v'_j}{\partial x_k}}^{\varepsilon_{ij}} \end{aligned}$$

Primeri: LRR, SSG, Shih...

“Tacniji” ali kompjuterski zahtevniji...

RANS – Modeli sa turbulentnom viskoznošću (Druga varijanta)

Uvodi se Businesskova aproksimacija

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \left[v \left(\frac{\partial \overline{v_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{v_j}}{\partial x_i} \right) - \overline{v'_i v'_j} \right] \longrightarrow \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(v + \nu_t) \left(\frac{\partial \overline{v_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{v_j}}{\partial x_i} \right) \right]$$

Kroz ν_t se može kontrolisati broj dodatnih nepoznatih obično 1, 2...

K-Epsilon $\nu_t = c_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}$

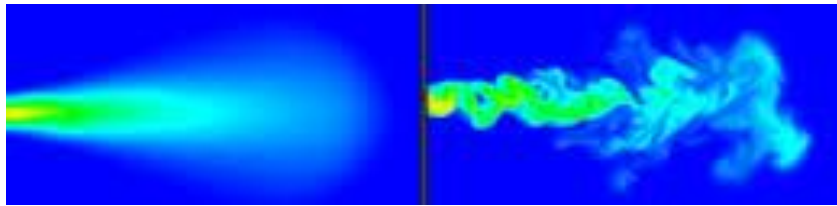
Primeri: SA, k-ε, k-ωSST...

“Netacniji” ali kompjuterski najmanje zahtevni...

Pristupi u modeliranju turbulencije

Simulacija velikih vrtloga – LES (Large Eddy Simulation)

Umesto osrednjavanja po vremenu RANS, filtriranje po prostoru – najčešće kroz diskretizaciju prostora sa konačnim zapreminama!



Primeri: Smagorinsky, one-equation...

Jos tačniji ali izuzetno zahtevni...

Turbulentne mere za dužine koje se modeliraju LES-om su daleko manje nego u RANS modelima.

Postoje i medjurešenja DES, DDES, IDDES...

Cilj da se olaksa opterećenje racunara.

Direktne numeričke simulacije– DNS (Direct Numerical Simulation)

Pristupi u modeliranju turbulencije

Pregled i prognoza od pre 20 godina (Spalart, 2000)

Ime/Akr.	Cilj	Neustaljeno	Zavisnost od Re	3/2D	Empirizam	Dostupno
2DURANS	Numerički	Da	Slaba	Ne	Jak	1980
3DRANS	Numerički	Ne	Slaba	Ne	Jak	1990
3DURANS	Numerički	Da	Slaba	Ne	Jak	1995
DES	Hibridni	Da	Slaba	Da	Jak	2000
LES	Hibridni	Da	Slaba	Da	Slab	2045
QDNS	Fizički	Da	Jaka	Da	Slab	2070
DNS	Fizički	Da	Jaka	Da	Nema	2080

Nije lako...

Fizika problema

Pogodnosti:

1. Pretpostavka o nestišljivosti vode i ostalih faza je uglavnom primenjiva.
 2. Uticaj temperaturnih varijacija se u hidrotehnici često zanemaruje
-

Jednofazno (voda) -

Tečenje pod pritiskom

Dvofazno (voda i vazduh) -

Tečenje sa slobodnom površinom

Višefazno (voda, vazduh i ...) -

PPV, PPOV, kanalizacija...

Postavlja se pitanje kako odrediti slobodnu površinu? 

Osvrt na najpopularnije mogućnosti

Fizika problema

Određivanje slobodne površine

Postoje više mogućih rešenja, zavisno od numeričkog pristupa koji se koristi za simulaciju tečenja: **Ojlerov** ili **Lagranžov**

Ojlerov pristup

1. Volume of Fluid (Hirt & Nichols, 1981.)

Najčešća

$\alpha = 1$ Voda

$\alpha = 0$ Vazduh

0	0	0	0
0,75	0,4	0,05	0
1	1	0,3	0
1	1	0,4	0

2. **Level – set** (Sussman, 1994) – može da se svede na jednofazni problem!

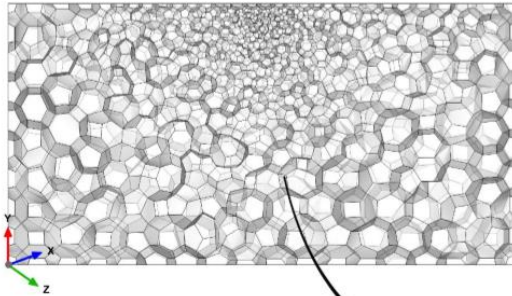
3. **Density function method** (Asai & Tsubogo, 2005)

Lagranžov pristup (SPH) – pitati Nikolu Rosića 😊

Modeli turbulencije u numeričkim simulacijama

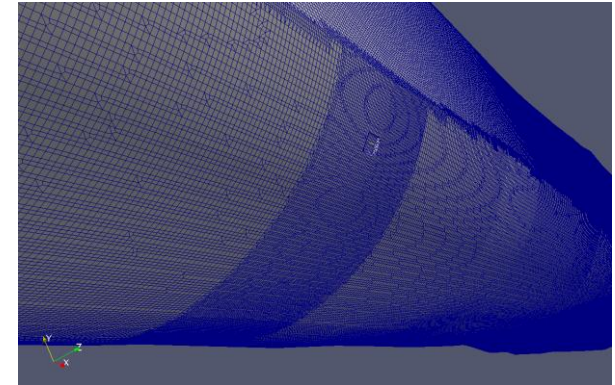
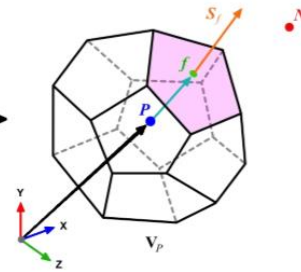
Diskretizacija prostora

1. Konačne zapremine (FVM) – praktično standard za CFD i za nas...



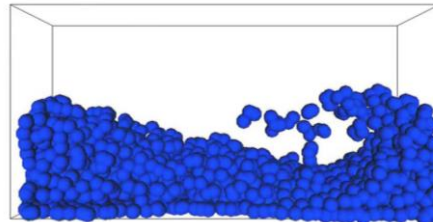
Slika Guerrero (2016)

- Pritisak u težištu, brzine na licima
- Heksaedri i Tetraedri
- 2. reda tačnosti



2. Konačni elementi (FEM)

3. Čestice (SPH, PBF)





Modeli turbulencije u numeričkim simulacijama


Diskretizacija jednačina – Navier-Stoksove + turbulencija


1. Integracija po numeričkom domenu i diskretizacija jednačina po prostoru i vremenu
2. Diskretizacija svakog pojedinog člana jednačine npr. transportne za veličinu φ :

$$\int_V \frac{\partial \varphi}{\partial t} dV + \int_V v_i \frac{\partial \varphi}{\partial x_i} dV = \int_V \nu \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_j \partial x_j} dV + \int_V P dV$$


 Vremenski član


 Konvektivni član


 Difuzni član


 Izvorni član

FVM

$$\int_t^{t+\Delta t} \left[\left(\frac{\partial \varphi}{\partial t} \right)_P V_p + \sum_f S_f(\mathbf{v}\varphi)_f - \sum_f S_f(\Gamma_\varphi \nabla \varphi)_f \right] dt = \int_t^{t+\Delta t} P V_p dt$$

Fluksevi

Modeli turbulencije u numeričkim simulacijama

Diskretizacija jednačina – Navier-Stoksove + turbulencija

Vremenski član:

Ojlerove šeme, Krank-Nikolsonova...

Konvektivni član:

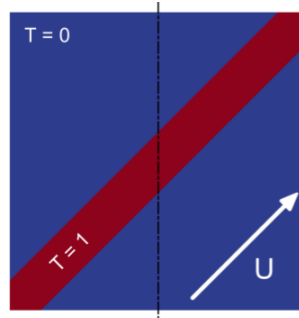
Uzvodne razlike, TVD limiteri...

FVM

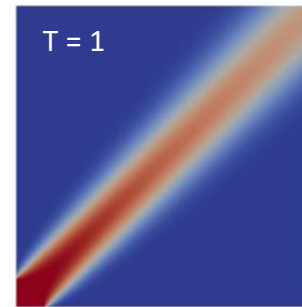
Kompromis između:
Numerička difuzija



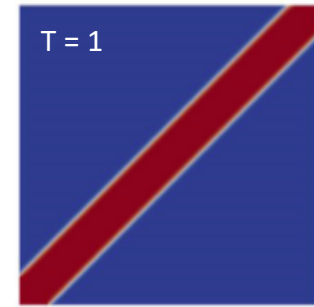
Nestabilnost



Tačno rešenje



Uzvodne
razlike



TVD
SuperBee

Ostali članovi:

Centralne razlike + limiteri...

Modeli turbulencije u numeričkim simulacijama

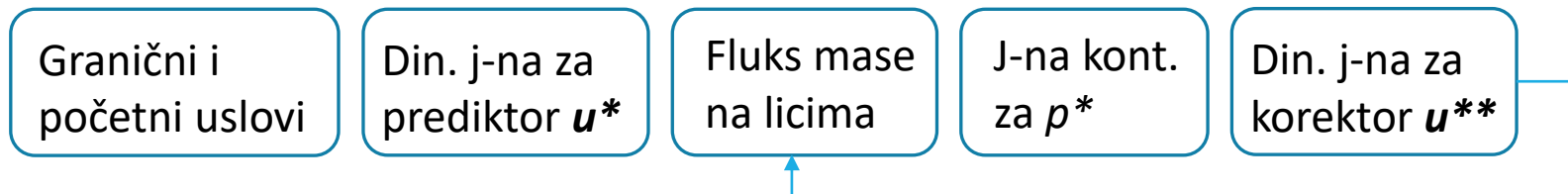
Diskretizacija jednačina – Navier-Stoksove + turbulencija

4. Još ponešto o rešavanju sistema Navier-Stoksovih jednačina, algoritam?

Metode sa korekcijom pritiska

PISO - Pressure implicit with Splitting of Operator (Issa, 1985)

FVM



SIMPLE - Semi-implicit Method for Pressure Linked Equations (Patankar & Spalding, 1972)

MAC (Marker and Cell), SMAC, HSMAC...

Metode sa izvedenim promenljivim

Stream Function-Vorticity, Vorticity-Velocity...

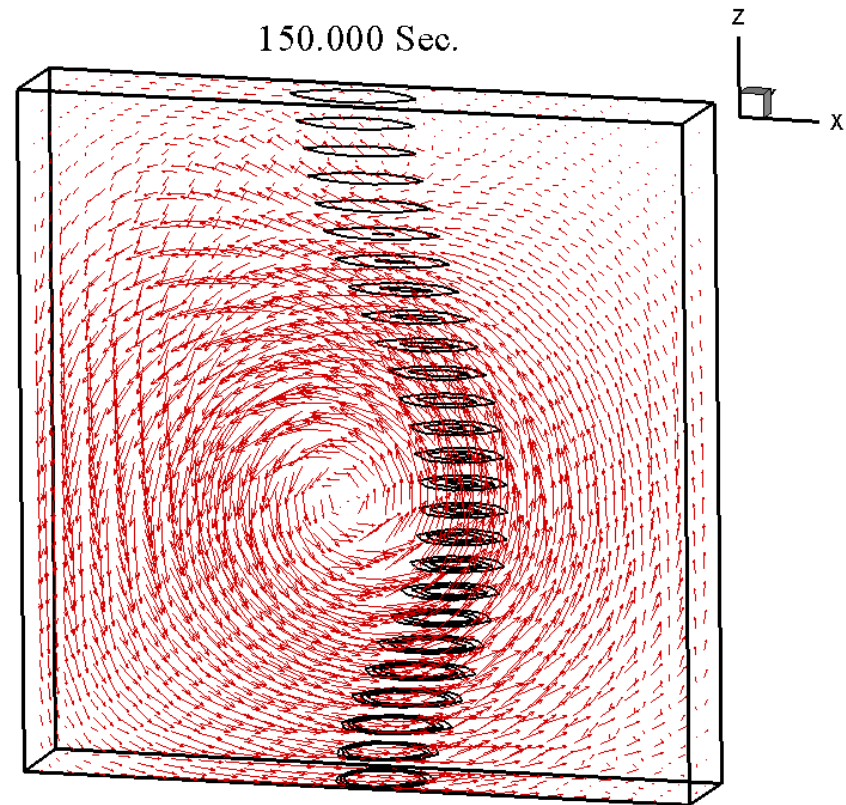
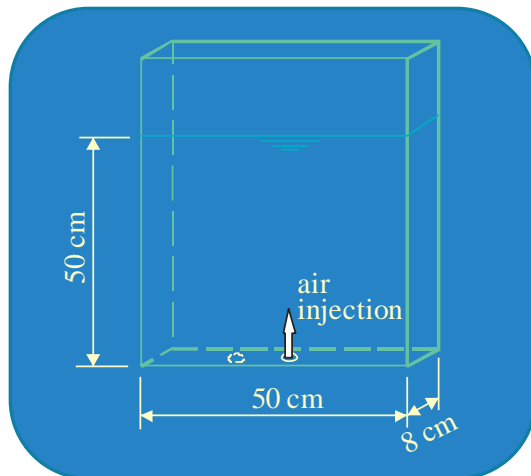
II - Modeliranje turbulencije u hidrotehnici

Primeri (OpenFOAM, iRIC, Telemac i „in house“)

“In house” Nenad Jaćimović

Dvofazno tečenje voda & vazduh

FVM, full equation, non-linear k- ϵ



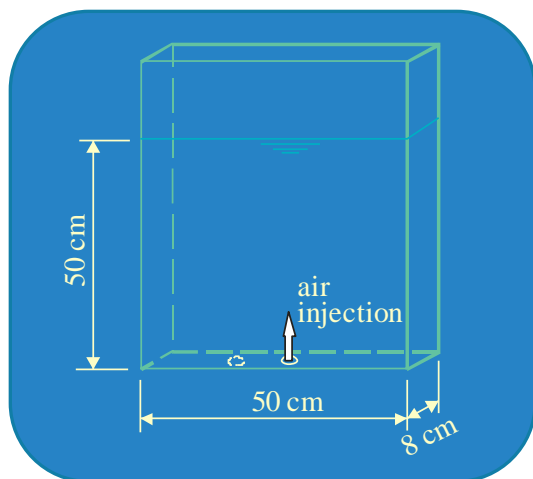
II - Modeliranje turbulencije u hidrotehnici

Primeri (OpenFOAM, iRIC, Telemac i „in house“)

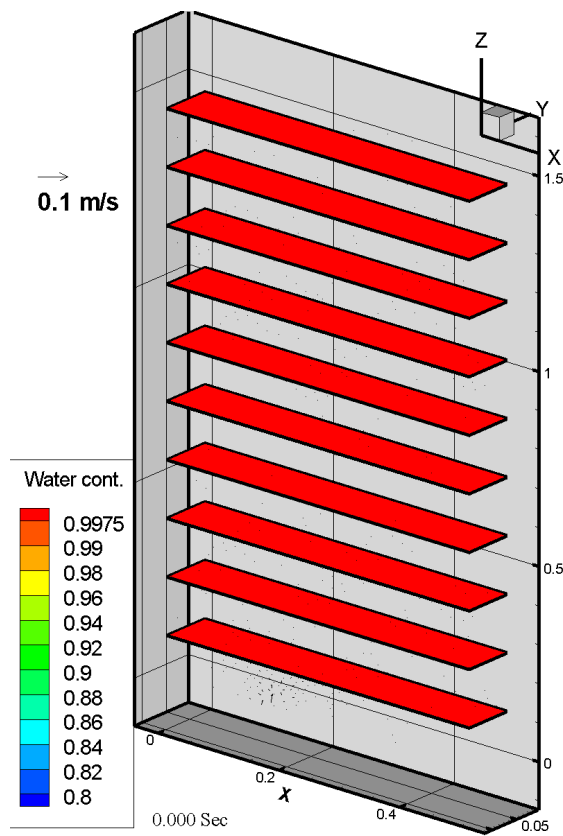
“In house” Nenad Jaćimović

Dvofazno tečenje voda & vazduh

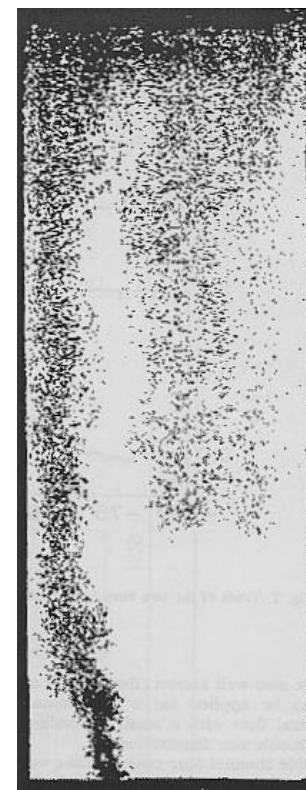
FVM, full equation, non-linear k- ϵ



CFD



Osmotreno



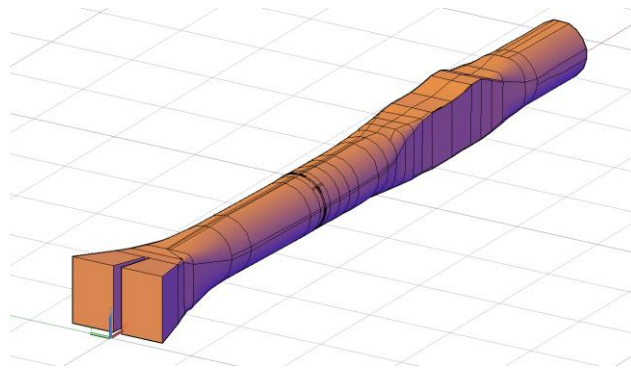
II - Modeliranje turbulencije u hidrotehnici

Primeri (OpenFOAM, iRIC, Telemac i „in house“)

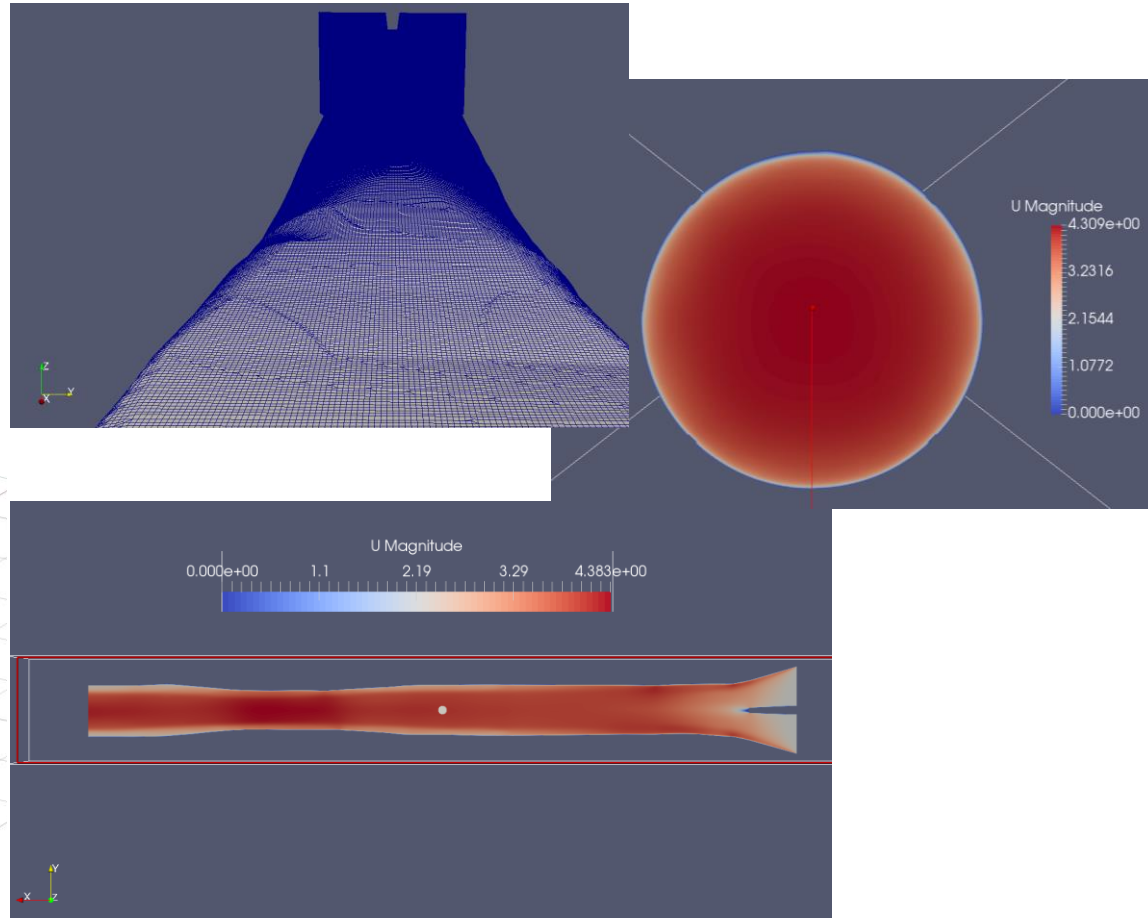
OpenFOAM Damjan Ivetić

Jednofazno tečenje vode

FVM, Rigid-Lid, realizable $k-\epsilon$, $k-\omega$ SST...



CFD



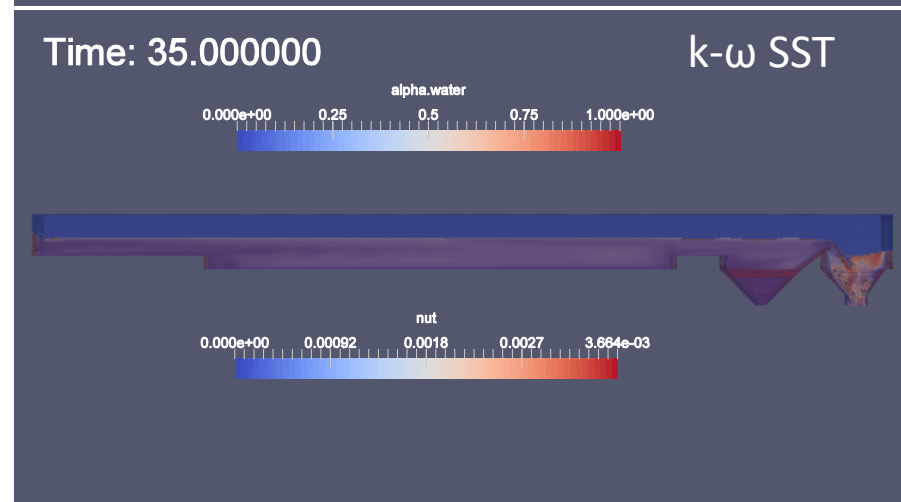
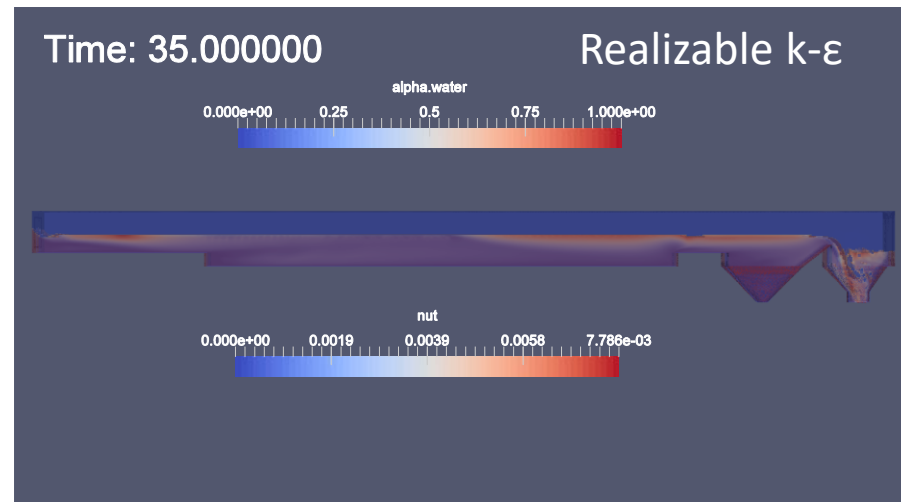
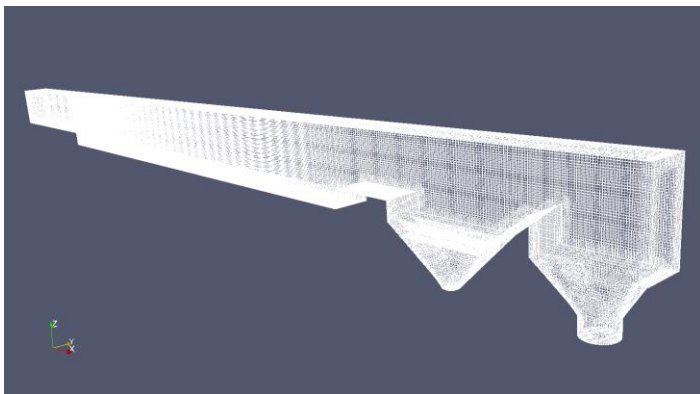
II - Modeliranje turbulencije u hidrotehnici

Primeri (OpenFOAM, iRIC, Telemac i „in house“)

OpenFOAM Damjan Ivetić

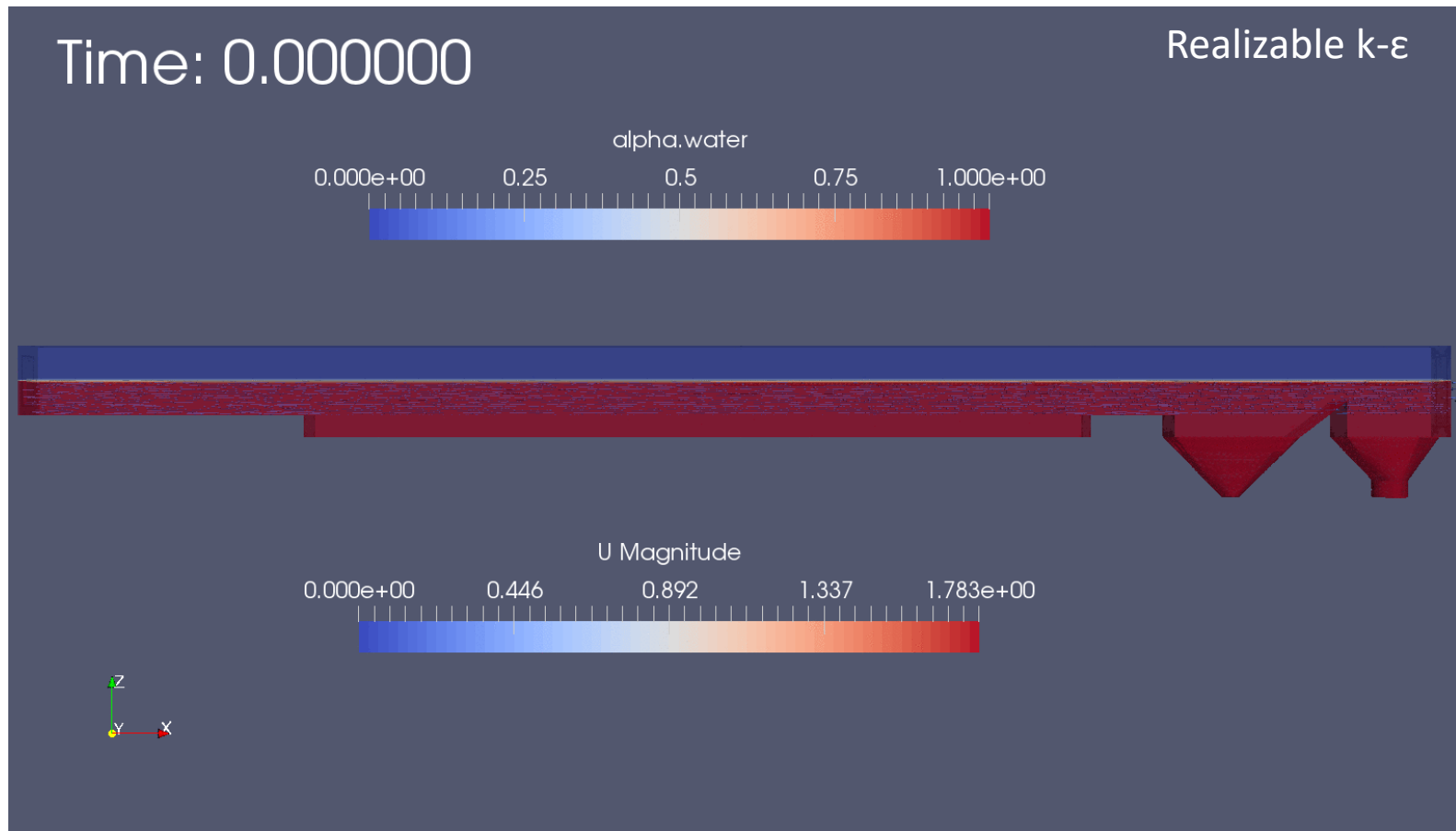
Dvofazno tečenje voda
& vazduh

FVM, VOF, realizable k- ϵ ,
k- ω SST...



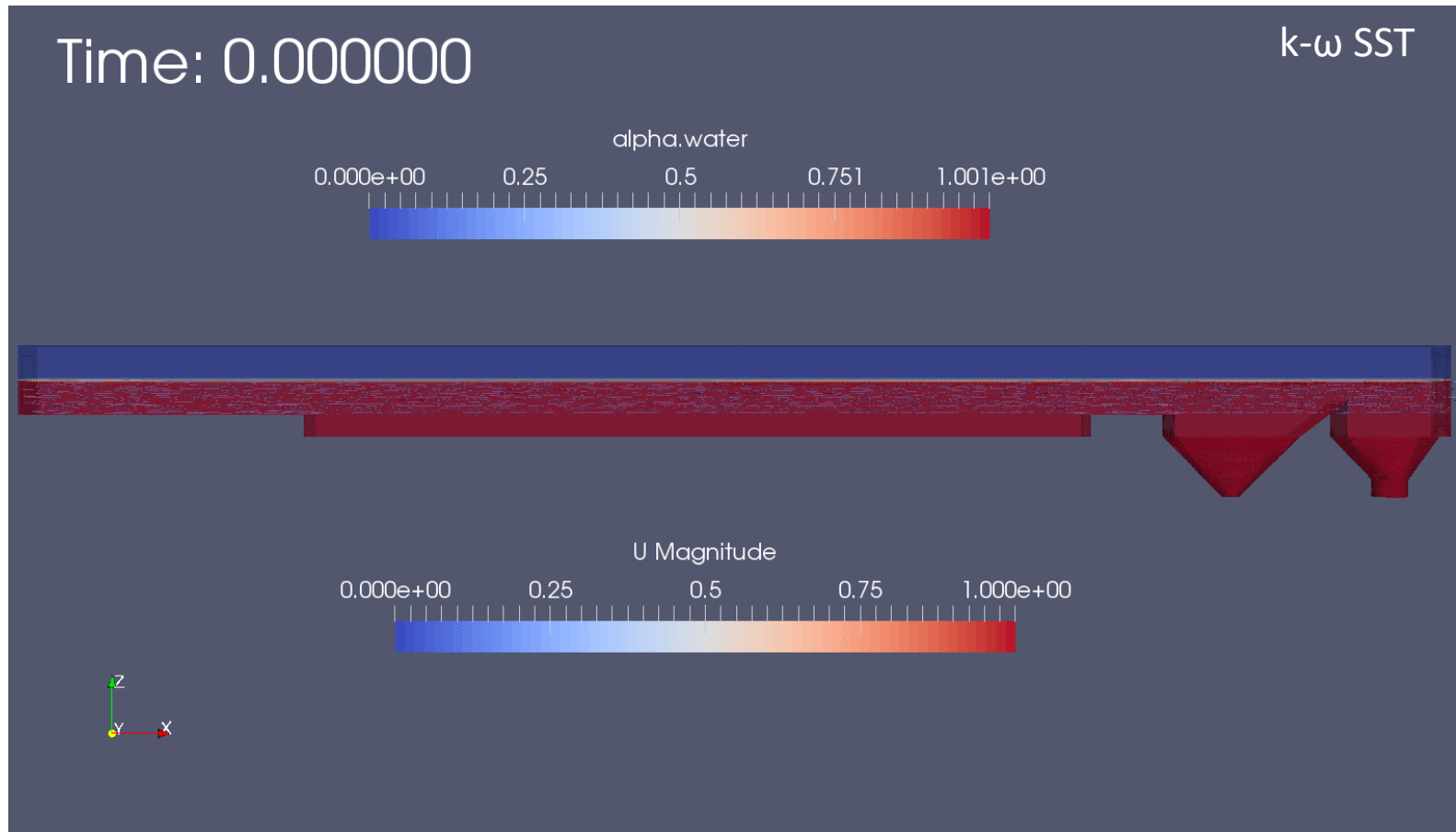
Primeri (OpenFOAM, iRIC i „in house“)

OpenFOAM Damjan Ivetić



Primeri (OpenFOAM, iRIC i „in house“)

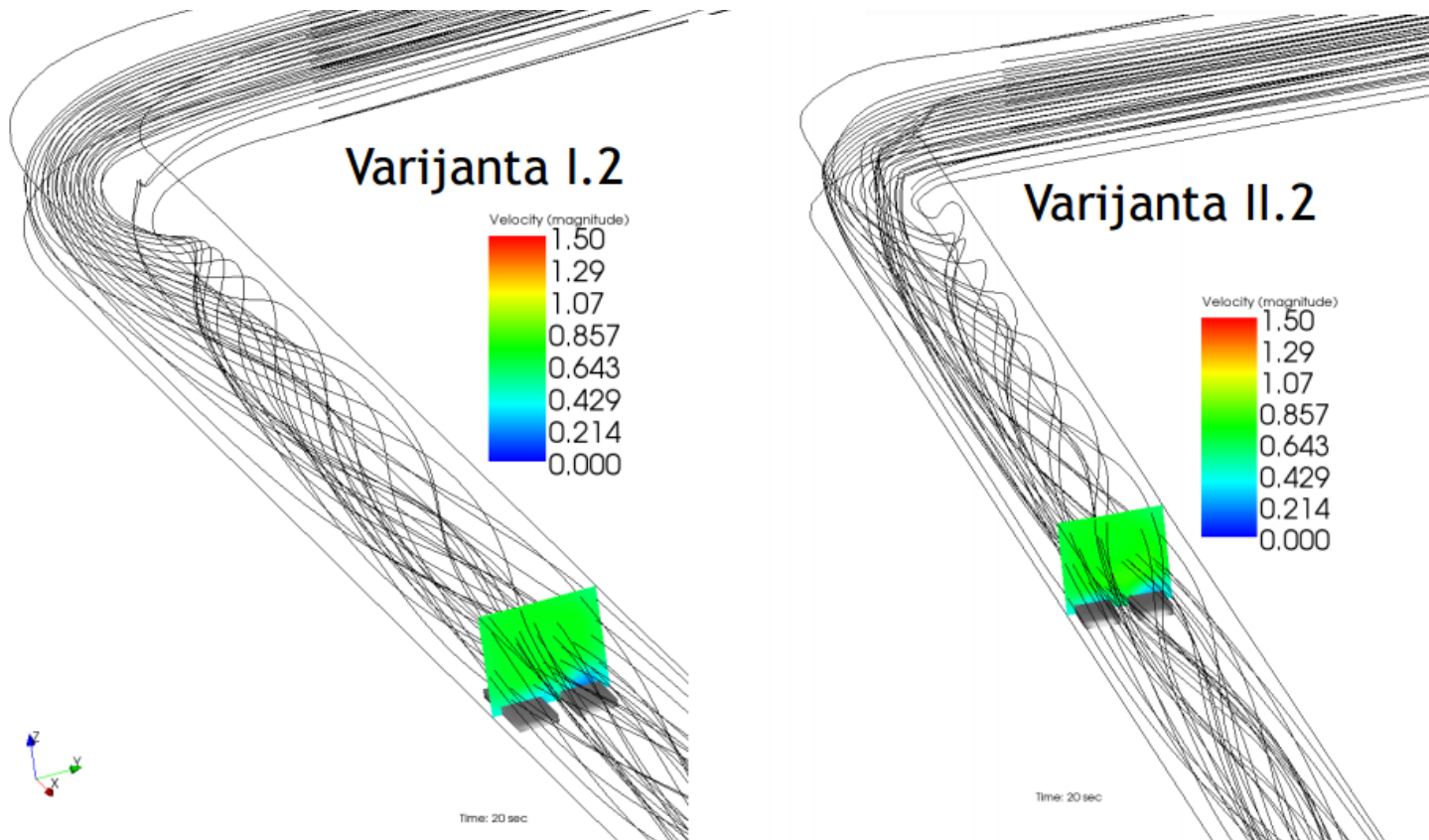
OpenFOAM Damjan Ivetić



II - Modeliranje turbulencije u hidrotehnici

Primeri (OpenFOAM, iRIC, Telemac i „in house“)

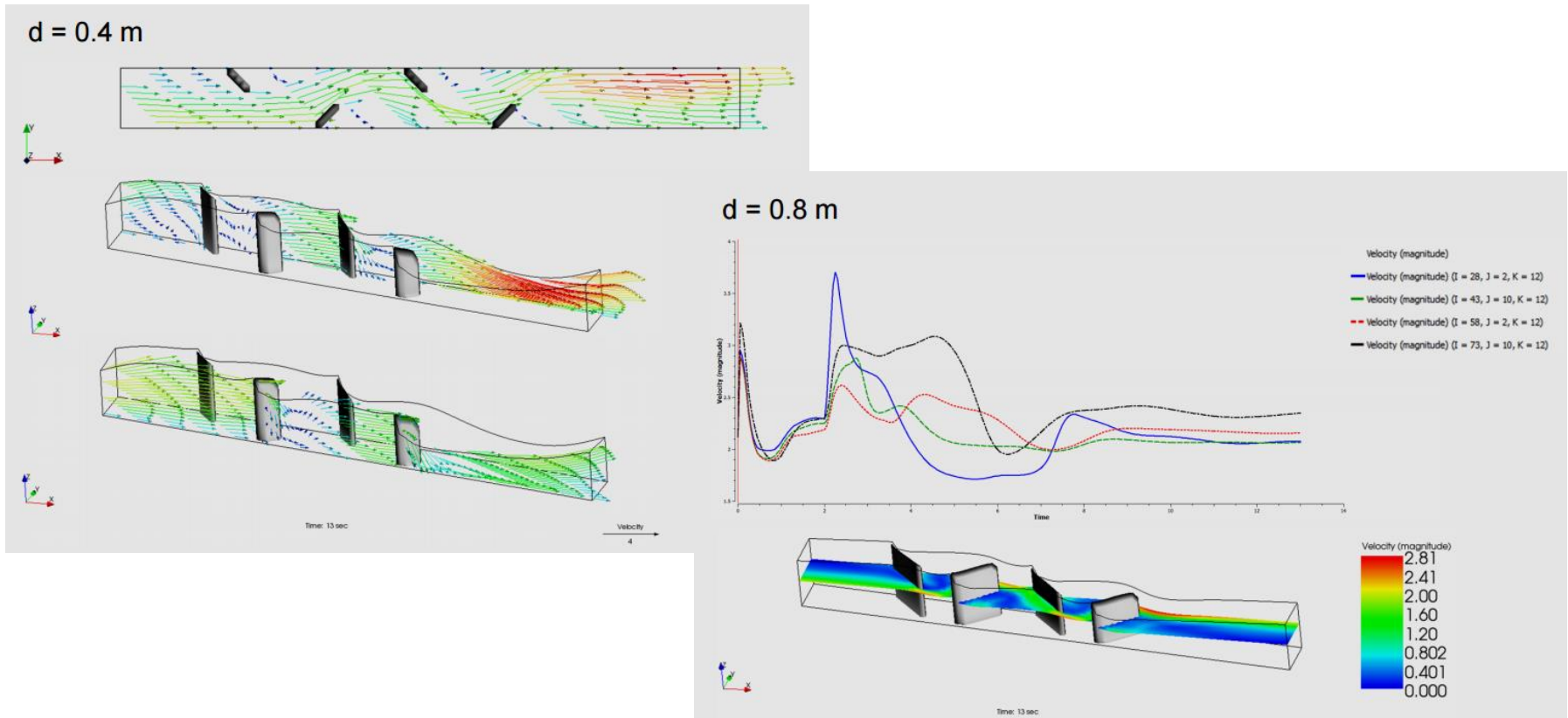
iRIC Nays CUBE – Robert Ljubičić i Filip Stanić



II - Modeliranje turbulencije u hidrotehnici

Primeri (OpenFOAM, iRIC, Telemac i „in house“)

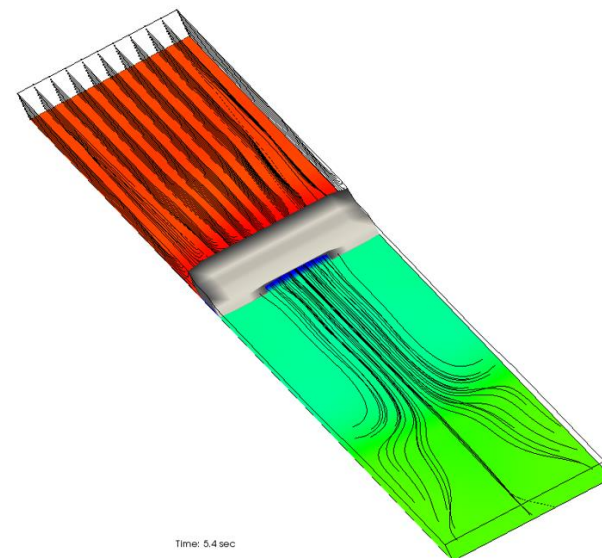
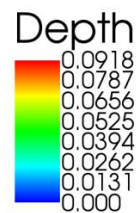
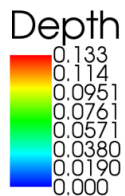
iRIC Nays CUBE – Miloš Jočković



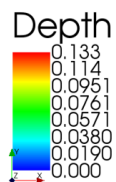
II - Modeliranje turbulencije u hidrotehnici

Primeri (OpenFOAM, iRIC, Telemac i „in house“)

iRIC Nays CUBE – Ivan Jelić



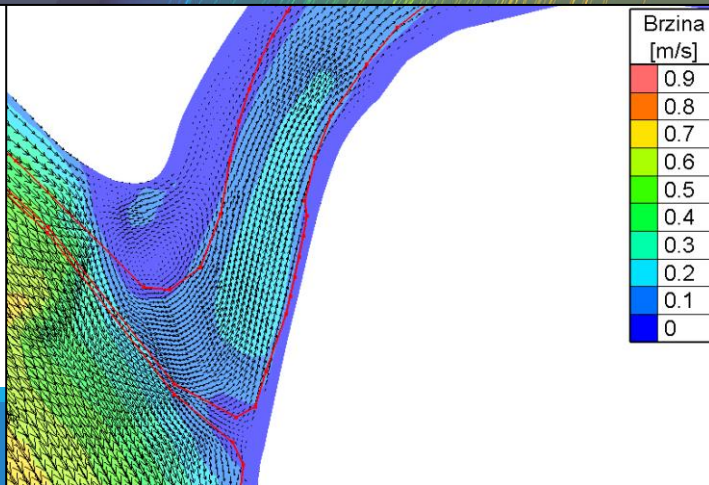
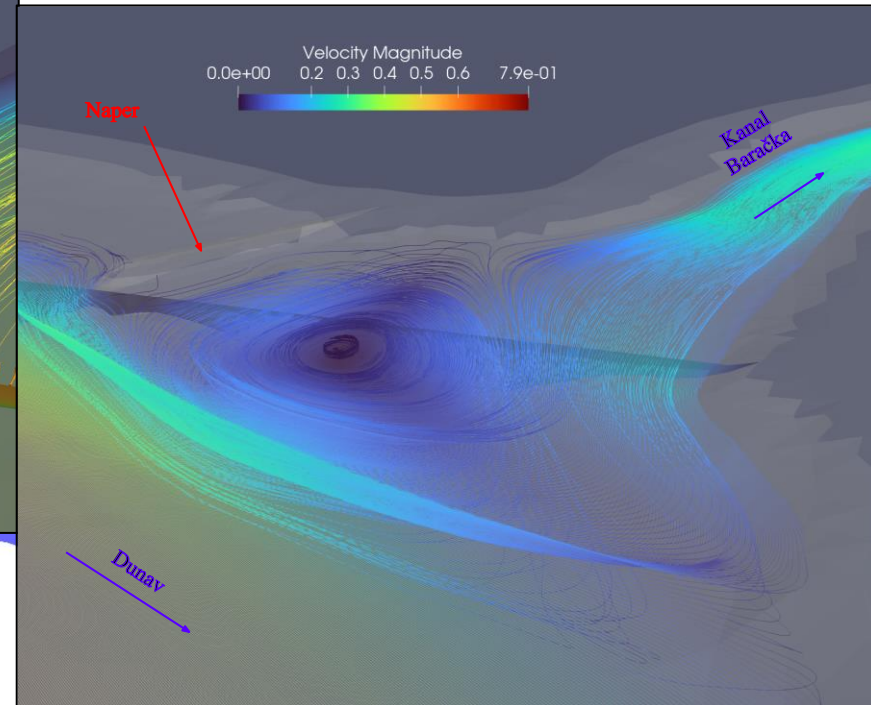
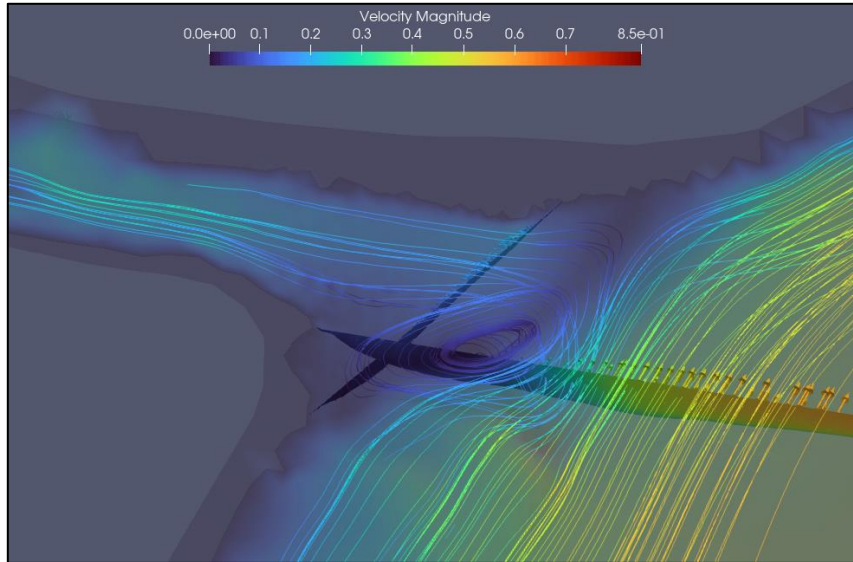
Time: 5.4 sec



II - Modeliranje turbulencije u hidrotehnici

Primeri (OpenFOAM, iRIC, Telemac i „in house“)

Telemac 2D/3D – Damjan Ivetić i Nikola Rosić



Numeričke simulacije prostornog turbulentnog tečenja u hidrotehnici

Napredni kurs Mehanike fluida, doktorske studije

DAMJAN IVETIĆ

`divetic@grf.bg.ac.rs`