

VEŽBA 7

U ovoj vežbi je prikazan rezultat merenja nivoa podzemne vode u bunaru iz kog se crpi protok sa stepenastom promenom.

U slučaju usamljenog bunara u neograničenoj, homogenoj i izotropnoj izdani, kod kog je strujanje radijalno simetrično tako da se može opisati sledećom jednačinom:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial H}{\partial r} \right) = \frac{S}{T} \frac{\partial H}{\partial t} \quad (1)$$

Sniženje nivoa se može računati prema Theis-om rešenju sa Jacob-ovom aproksimacijom:

$$s(r, t) = \frac{Q}{4\pi T} \ln \left( \frac{2.25 T t}{r^2 S} \right) \quad (2)$$

gde je  $r$  – polarna koordinata, odn. rastojanje koje se meri od centra bunara [L],  $Q$  – protok koji se crpi iz bunara [ $L^3/T$ ],  $T$  – transmisivnost porozne sredine [ $L^2/T$ ],  $S$  – specifična izdašnost porozne sredine [-],  $t$  – vreme proteklo od početka crpljenja [T].

Theis-ovo rešenje je izvedeno za sledeće uslove: vodonosni sloj je homogen i izotropan, neograničen i uniformne debljine, ne postoji prihranjivanje/procurivanje iz viših/nizih slojeva, protok je konstantan, bunarska konstrukcija prima vodu iz cele debljine akvifera, količina vode u samom bunaru nema inerciju – i u trenutku sniženja nivoa se momentalno evakuuje, bunar je 100% efikasan, tok je laminaran i u bunaru i u akviferu i tok je pod pritiskom. Iako su ove pretpostavke veoma stroge, u praksi je ovo rešenje primenljivo i daje dobro slaganje sa merenim vrednostima sniženja nivoa.

Za ocenu transmisivnosti i specifične izdašnosti izdani potrebno je ispitati slaganje merene promene nivoa sa analitički dobijenim vrednostima. Analitičko rešenje je definisano za konstantan protok, pa se stepenasta promena protoka može predstaviti superpozicijom uticaja svakog protoka pojedinačno.

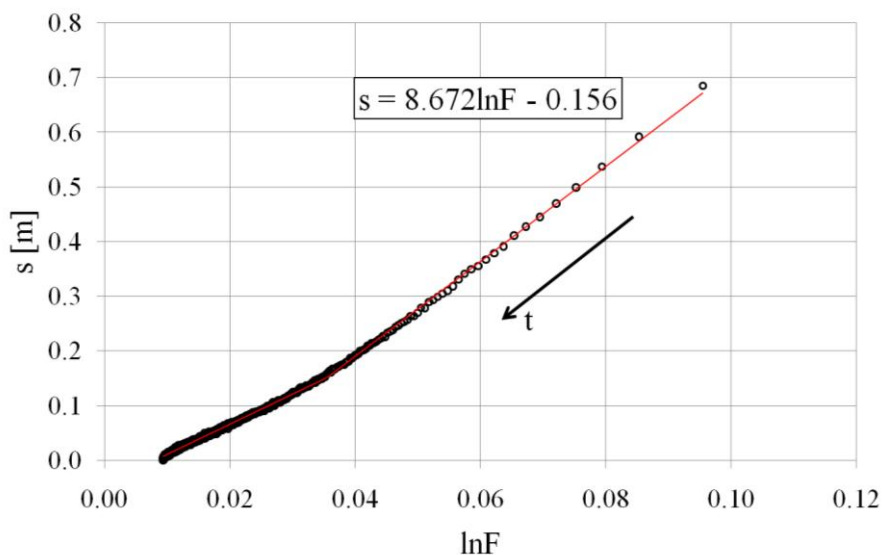
$$s(r, t) = \frac{Q_1}{4\pi T} \ln \left( \frac{2.25 T (t - t_0)}{r^2 S} \right) + \frac{Q_2 - Q_1}{4\pi T} \ln \left( \frac{2.25 T (t - t_1)}{r^2 S} \right) \cdot H(t - t_1) + \\ + \frac{Q_3 - Q_2}{4\pi T} \ln \left( \frac{2.25 T (t - t_2)}{r^2 S} \right) \cdot H(t - t_2) + \frac{-Q_3}{4\pi T} \ln \left( \frac{2.25 T (t - t_3)}{r^2 S} \right) \cdot H(t - t_3) \quad (3)$$

$H(t - t_i)$  je Heaviside-ova step funkcija, koja u slučaju  $t - t_i \leq 0$  ima vrednost 0, u suprotnom ima vrednost 1.  $t_i$  je trenutak u kom prestaje crpljenje protoka  $Q_i$ .

Kada se razmatra samo povratak nivoa posle završenog pumpanja, tada se sniženje može pojednostavljeno predstaviti [Kawecki, 1993]:

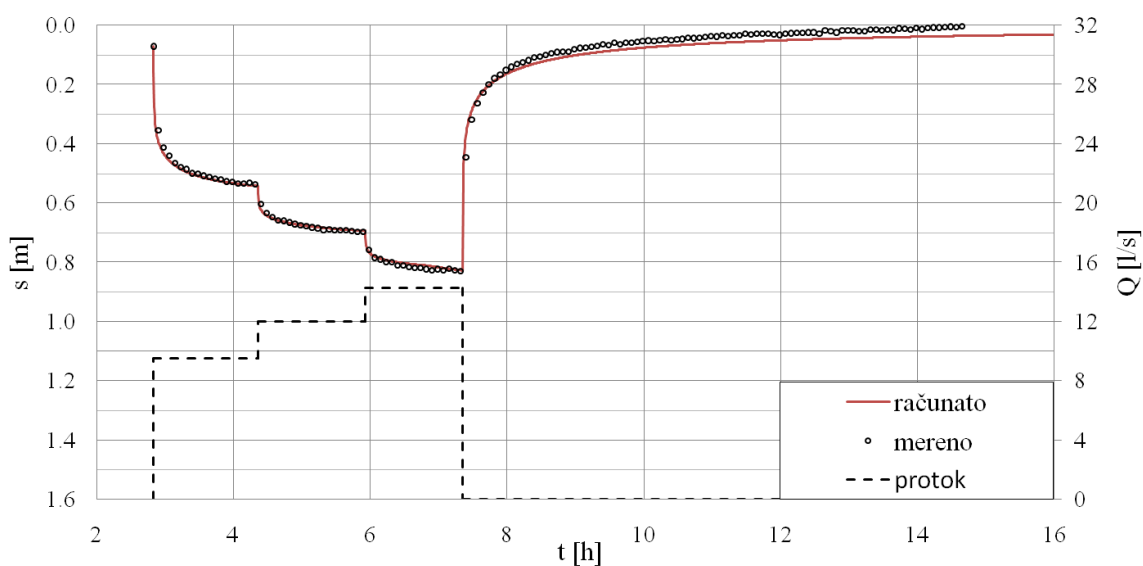
$$s = \frac{1}{4\pi T} \ln F(t), \quad \text{gde je} \quad F(t) = \left(\frac{t-t_0}{t-t_1}\right)^{Q_1} \cdot \left(\frac{t-t_1}{t-t_2}\right)^{Q_2} \cdot \left(\frac{t-t_2}{t-t_3}\right)^{Q_3} \quad (4)$$

Dijagram zavisnosti merenog sniženja  $s$  i računate funkcije  $\ln F$  bi trebalo da je prava linija iz čijeg se koeficijenta pravca može odrediti transmisivnost (Slika 1).



Slika 1. Zavisnost merenog sniženja u pijezometru i računate funkcije  $\ln F$  pri povratku nivoa

Za konačno utvrđivanje veličine koeficijenta transmisivnosti i specifične izdašnosti, poređen je mereni nivo sa rešenjem dobijenim analitičkim putem (slika 2) korišćenjem formule (3) (voditi računa o superpoziciji protoka).



Slika 2. Sniženje u pijezometru pri stepenastoj promeni protoka

U trećem delu analize treba odrediti koeficijente linijskih i kvadratnih gubitaka u bunaru. Ako se gubici mogu predstaviti koeficijentima A i B, depresija u bunaru se može definisati sledećom jednačinom:

$$s = \underbrace{(A_0 + A_1)}_A Q + BQ^2, \quad (5)$$

gde su:

$A_0$  – koeficijent linijskog gubitka kroz poroznu sredinu,

$A_1$  – koeficijent linijskog gubitka na bunaru i

B – koeficijent kvadratnog gubitka na bunaru.

Ako se prethodna jednačina podeli sa Q dobija se linearna zavisnost  $\frac{s}{Q}(Q)$ :

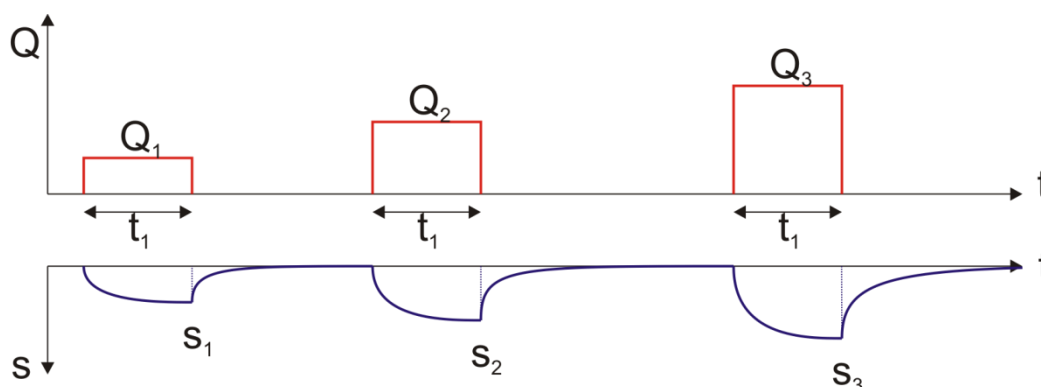
$$\frac{s}{Q} = A + BQ. \quad (6)$$

Odsečak i koeficijent pravca ove prave predstavljaju koeficijente linijskog odnosno kvadratnog gubitka.

Da bi dijagram  $\frac{s}{Q}(Q)$  mogao da se nacrti i da se sa njega odrede veličine koeficijenata A i B,

potrebno je da promena protoka izgleda kao na slici 3. Sa takvog dijagrama se odrediti tri tačke:

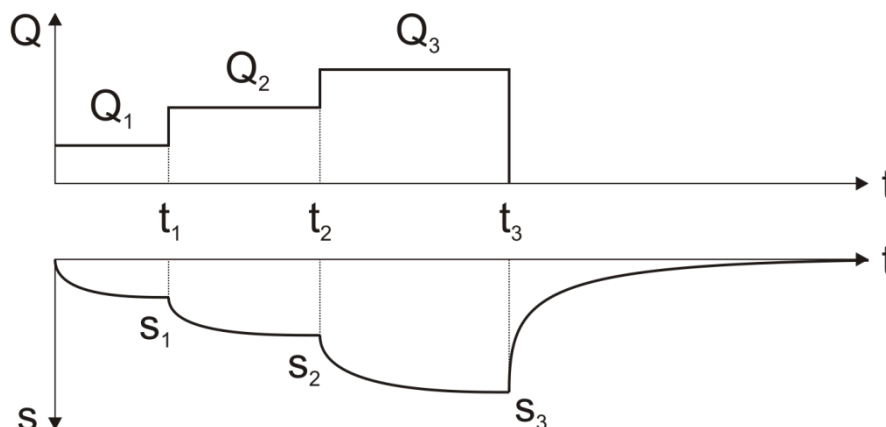
$$Q_1, \frac{s_1}{Q_1}, Q_2, \frac{s_2}{Q_2}, Q_3, \frac{s_3}{Q_3}$$



Slika 3. Opit probnog crpljenja sa tri protoka – protoci se crpe u istom vremenskom intervalu i protok se menja tek pošto se nivo vrati na početni

Kako ovakav opit probnog crpljenja ima veliko vreme trajanja, onda se umesto njega koristi opit sa stepenastom promenom protoka (slika 4). Da bi ovakav opit mogao da se koristi za crtanje dijagrama

$\frac{s}{Q}$  ( $Q$ ), potrebno je izvršiti korekcije sniženja na krajevima intervala  $s_1, s_2, s_3$  tako da se svedu na isti radijus dejstva (na radijus dejstva protoka  $Q_1$ ) – korekcije su obeležene sa  $s_1^*, s_2^*, s_3^*$ .



Slika 4. Opit probnog crpljenja sa stepenastom promenom protoka

Kod prvog sniženja  $s_1$  nema „prepravke“, odn.  $s_1^* = s_1$ .

Za depresiju posle združenog dejstva protoka  $Q_1$  (u trajanju  $t_1$ ) i protoka  $Q_2$  (u trajanju od  $t_2 - t_1$ ), potrebno je napraviti korekciju i ta korekcija se može sračunati prema (kao da je protok  $Q_2$  delovao za vreme  $t_1$ ):

$$s_2^* = \frac{Q_2}{4\pi T} \ln\left(\frac{2.25Tt_1}{r^2 S}\right) \quad (7)$$

Da bi se odredila prepravka, jednačina (7) se može kombinovati sa analitičkim rešenjem koje važi za slučaj sa slike 4:

$$s_2 = \frac{Q_1}{4\pi T} \ln\left(\frac{2.25Tt_2}{r^2 S}\right) + \frac{Q_2 - Q_1}{4\pi T} \ln\left(\frac{2.25T(t_2 - t_1)}{r^2 S}\right) \quad (8)$$

(7) – (8):

$$s_2^* - s_2 = \frac{Q_2}{4\pi T} \ln\left(\frac{2.25Tt_1}{r^2 S}\right) - \left[ \frac{Q_1}{4\pi T} \ln\left(\frac{2.25Tt_2}{r^2 S}\right) + \frac{Q_2 - Q_1}{4\pi T} \ln\left(\frac{2.25T(t_2 - t_1)}{r^2 S}\right) \right]$$

Što posle sređivanja daje:

$$s_2^* = s_2 - \frac{1}{4\pi T} \left( Q_1 \ln \frac{t_2}{t_2 - t_1} + Q_2 \ln \frac{t_2 - t_1}{t_1} \right) \quad (9)$$

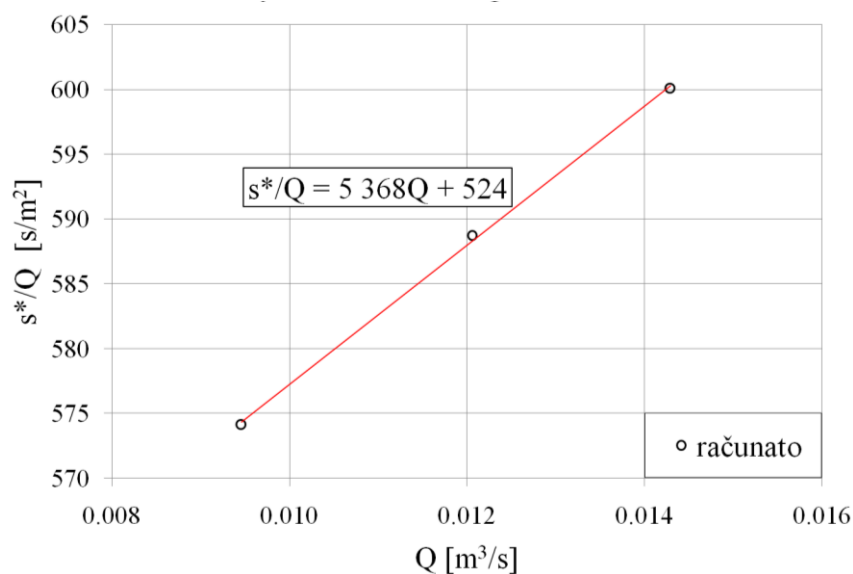
Sličan postupak treba da se primeni na sniženje u trenutku  $t_3$ .

$$s_3^* = \frac{Q_3}{4\pi T} \ln\left(\frac{2.25Tt_1}{r^2 S}\right) \quad (10)$$

$$s_3 = \frac{Q_1}{4\pi T} \ln\left(\frac{2.25Tt_3}{r^2 S}\right) + \frac{Q_2 - Q_1}{4\pi T} \ln\left(\frac{2.25T(t_3 - t_1)}{r^2 S}\right) + \frac{Q_3 - Q_2}{4\pi T} \ln\left(\frac{2.25T(t_3 - t_2)}{r^2 S}\right) \quad (11)$$

Korekcija na kraju intervala sa trećim protokom izgleda:

$$s_3^* = s_3 - \frac{1}{4\pi T} \left( Q_1 \ln \frac{t_3}{t_3 - t_1} + Q_2 \ln \frac{t_3 - t_1}{t_3 - t_2} + Q_3 \ln \frac{t_3 - t_2}{t_1} \right)$$



Slika 5. Određivanje koeficijenata linijskih i kvadratnih gubitaka u bunaru

Provlačenjem prave linije kroz dobijene parove tačaka  $s^*/Q$  i  $Q$ , dobijaju se veličine koeficijenata gubitaka – odsečak na ordinati je A, nagib prave je B.