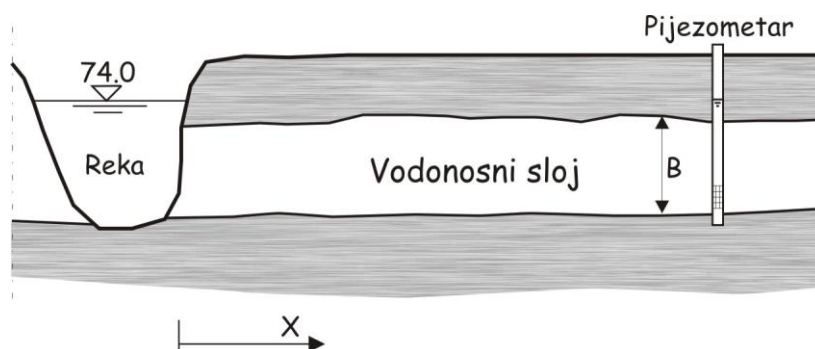


VEŽBA 3

Zadatak tretira neustaljeno strujanje podzemne vode i može se rešavati kao da je linijski. Jednačina koja opisuje neustaljeno linijsko tečenje podzemne vode je:

$$S_y \frac{\partial \Pi}{\partial t} = T \frac{\partial^2 \Pi}{\partial x^2}$$

gde su S_y – specifična izdašnost izdani [-], T – transmisivnost izdani [L^2/T], Π – pijezometarska kota [L].



Ova diferencijalna jednačina ima analitičko rešenje za slučaj poluograničene homogene i izotropne izdani koja je u kontaktu sa rekam ako se dodatno postave specijalni početni i granični uslovi:

početni uslov	$\Pi(x,0) = \Pi_1$ Početni pijezometarski nivo u izdani je svuda isti i jednak nivou u reci Π_1 .
granični uslov na granici u beskonačnosti	$\Pi(\infty, t) = \Pi_1$ Na granici u beskonačnosti je uvek isti pijezometarski nivo i jednak je Π_1 .
granični uslov na mestu reke	$\Pi(0, t > 0) = \Pi_2$ U reci se nivo menja trenutno sa Π_1 na Π_2 i ostaje konstantan tokom vremena

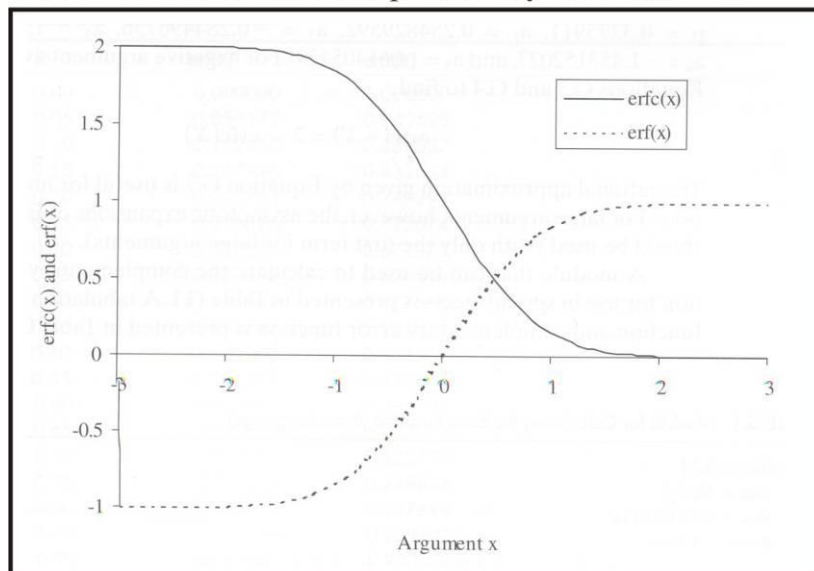
Analitičko rešenje je sledećeg oblika:

$$\Pi(x, t) = \Pi_1 + (\Pi_2 - \Pi_1) \operatorname{erfc} \lambda$$

gde je Π_1 – nivo u reci u početnom trenutku, Π_2 – nivo u reci posle nagle promene nivoa, i parametar λ predstavlja $\lambda = \frac{x}{2\sqrt{at}}$. Parametar a je pijezoprovodljivost i predstavlja odnos $a = \frac{T}{S_y}$.

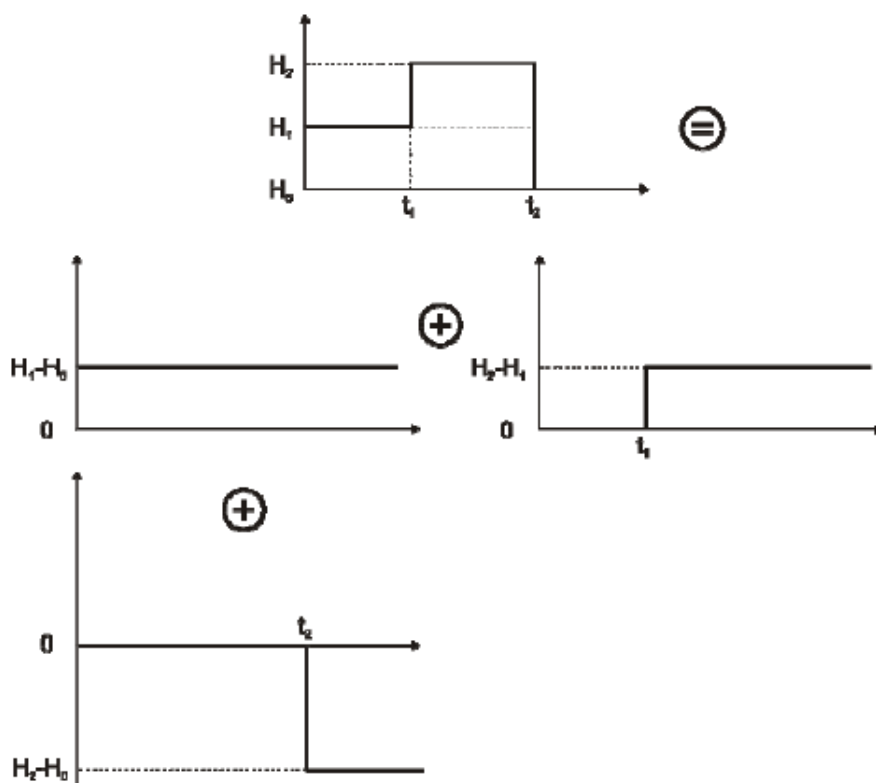
Erfc – je komplementarna funkcija greške, i njen oblik je dat na sledećem dijagramu.

The error function and complementary error function



U prilogu uz vežbu je dat tabelarni prikaz funkcije greške i komplementarne funkcije greške (parametar X – što je ekvivalentno sa λ u formuli (2)).

Ako se u reci nivo naglo menjao više puta, tada se rešenje može naći kao zbir uticaja svake promene nivoa (na slici je prikazano naglo povišenje nivoa sa H_0 na H_1 , pa u trenutku t_1 sa H_1 na H_2 , da bi se u trenutku t_2 naglo vratio nivo na H_2)



Pa je za $t < t_1$

$$H(x, t) = H_0 + (H_1 - H_0) \operatorname{erfc} \left(\frac{x\sqrt{S_y}}{2\sqrt{Tt}} \right)$$

Za $t_1 < t < t_2$

$$H(x, t) = H_0 + (H_1 - H_0) \operatorname{erfc} \left(\frac{x\sqrt{S_y}}{2\sqrt{Tt}} \right) + (H_2 - H_1) \operatorname{erfc} \left(\frac{x\sqrt{S_y}}{2\sqrt{T(t-t_1)}} \right)$$

I za $t > t_2$

$$H(x, t) = H_0 + (H_1 - H_0) \operatorname{erfc} \left(\frac{x\sqrt{S_y}}{2\sqrt{Tt}} \right) + (H_2 - H_1) \operatorname{erfc} \left(\frac{x\sqrt{S_y}}{2\sqrt{T(t-t_1)}} \right) - (H_2 - H_0) \operatorname{erfc} \left(\frac{x\sqrt{S_y}}{2\sqrt{T(t-t_2)}} \right)$$