Ispitni rok 3. IX 1995. – teorijski deo ispita

1. Posmatra se elementarna zapremina fluida koji miruje, oblika kocke (sa stranama $dx_1 = dx_2 = dx_3$) u koordinatnom sistemu u kome je osovina x_3 vertikalna i usmerena na gore (osovine x_1 i x_2 leže u horizontalnoj ravni). Elementarna zapremina je postavljena tako da je hidrostatički pritisak u njenom težištu $\mathrm{T}(0, 0, 5dx_3)$ jednak nuli. Na osnovu prethodnog se zaključuje:

   (a) u svim tačkama koje se nalaze na osovini x_1 $(x_1, 0, 0)$ pritisak je jednak nuli;

   (b) pritisak je konstantan (ima istu vrednost) u svim tačkama u ravni (x_1, x_2);

   (c) pijezometarska ravan je vertikalna i paralelna je sa ravni (x_2, x_3);

   (d) pijezometarska ravan prolazi kroz koordinatni početak ($x_1 = 0$, $x_2 = 0$, $x_3 = 0$).

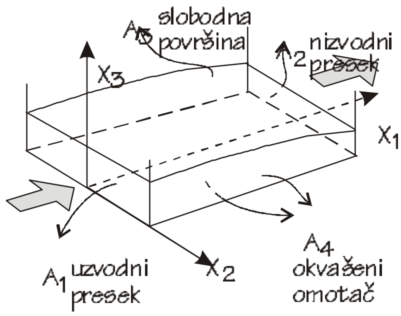
2. Posmatra se ustaljeno jednoliko kretanje vode duž otvorenog kanala pravougaonog poprečnog preseka sa konstantnim nagibom dna. Za masu fluida između dva poprečna preseka tvrdi se sledeće:

   (a) u oba posmatrana preseka dubina je ista;

   (b) rezultujuća inercijalna sila na posmatranu masu fluida jednaka je nuli;

   (c) komponente sile pritiska u posmatranim poprečnim presecima su jednake po intezitetu, a suprotnog smera, tako da je rezultanta sile pritiska jednaka nuli;

   (d) sila trenja uravnotežuje se sa komponentom sile težine u pravcu tečenja.

3. 

Posmatraju se integrali I_{I} i I_{II} napisani za ustaljeno strujanje vode u kanalu pravougaonog poprečnog preseka (vidi sliku):

$$I_{\mathrm{I}} = -\int_V \frac{\partial}{\partial t}(\rho u_j) dV$$

$$I_{\mathrm{II}} = -\int_A u_j \rho n_i u_i dA$$

gde su: V – zapremina posmatrane mase fluida između dva poprečna preseka, A – površina omotača posmatrane mase fluida ($A = A_1 + A_2 + A_3 + A_4$), ρ – gustina vode, n_i – ort spoljne normale površine, u_i, u_j – komponente brzine ($u_2 = u_3 = 0$). Za prethodne uslove napisati integral I_{II} u razvijenom obliku (umesto indeksa i i j koristiti 1, 2 i 3, kao i oznake date na slici) i izostaviti članove koji su jednaki nuli.

$$\boxed{I_{\mathrm{II}} = \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad}$$

4. Za integrale date u prethodnom zadatku tvrdi se sledeće:
   (a) integral I_{I} jednak je nuli kad je kretanje ustaljeno;
   (b) integral I_{II} jednak je nuli kad je kretanje ustaljeno;
   (c) integral I_{II} jednak je nuli kad je kretanje jednoliko;
   (d) zbir integrala I_{I} i I_{II} jednak je nuli kad je kretanje ustaljeno i jednoliko.

5. Pri ispitivanju sile otpora oblika nekog tela, a pri opstrujavanju fluida gustine ρ_1 i viskoznosti μ_1, utvrđeno je da koeficijent sile otpora oblika C_F ne zavisi od Re-broja u oblasti ispitivanih Reynolds-ovih brojeva. Ako se uz zadržavanje Re broja u pomenutoj oblasti, koristi neki drugi fluid različite gustine ρ_2 i viskoznosti μ_2, desiće se sledeće:
   (a) koeficijent sile otpora će se promeniti u zavisnosti od odnosa gustina ρ_2/ρ_1;
   (b) pri istoj brzini fluida sila otpora će se promeniti u zavisnosti od odnosa koeficijenata viskoznosti μ_2/μ_1;
   (c) pri istoj brzini sila otpora se neće promeniti.

6. U laminarnom ravanskom tečenju fluida (u ravni x_1, x_2), poznate gustine i viskoznosti, ostvaruje se linearan raspored brzine, tj. brzina u_1 zavisi linearno od rastojanja x_2 od zida. Za oblast važenja datog rasporeda brzina tvrdi se sledeće:
   (a) napon $\sigma_{12} = \sigma_{21}$ zavisi linearno od rastojanja x_2 od zida;
   (b) napon $\sigma_{12} = \sigma_{21}$ je konstantan i ne zavisi od rastojanja x_2 od zida;
   (c) površinska sila na elementarnu zapreminu dV u posmatranoj oblasti strujanja jednaka je nuli.

7. U posmatranoj tački fluidnog prostora, gustina delića stišljivog fluida u jednom trenutku t_1 iznosi $\rho = 900\,\mathrm{kg/m^3}$. Gustina se kroz vreme menja tako da je u posmatranom trenutku t_1 vrednost materijalnog izvoda gustine $D\rho/Dt = 360\,\mathrm{kgm^{-3}s^{-1}}$. U posmatranoj tački brzine dilatacija u trenutku t_1 iznose:

$$\frac{\partial u_1}{\partial x_1} = -0.1\,\mathrm{s^{-1}} \qquad \frac{\partial u_2}{\partial x_2} = -0.2\,\mathrm{s^{-1}}$$

Vrednost brzine dilatacije za pravac x_3 u trenutku t_1 iznosi:

$$\boxed{\frac{\partial u_3}{\partial x_3} = \qquad\qquad\qquad\qquad}$$

(upisati vrednost i jedinice)

8. U nekoj tački strujnog polja osrednjene, trenutne i fluktuacione komponente brzina su definisane sledećim izrazima:

pravac	trenutna	osrednjena	fluktuaciona
x_1	$u_1 = u_0[1 + \alpha \sin(\omega t + c)]$	u_0	$u_0 \alpha \sin(\omega t + c)$ $\alpha = \mathrm{const}$
x_2	$u_2 = u_2'$	0	$u_2' \neq 0$ stohastička
x_3	$u_3 = u_3'$	0	$u_3' \neq 0$ stohastička

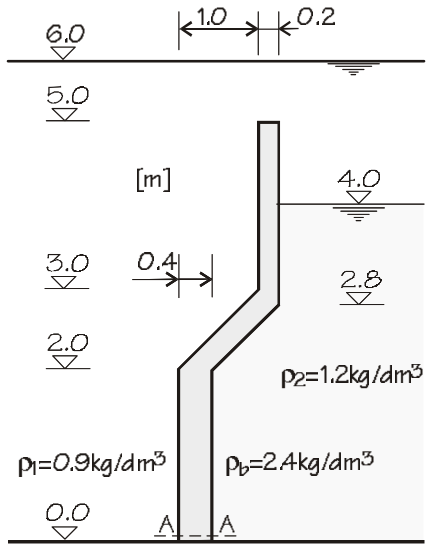
gde su $2\pi/\omega$ – perioda, t – vreme, a α i c – konstante različite od nule. Za komponente Reynolds-ovog napona važi sledeće:

(a) sve komponente tenzora Reynolds-ovog napona σ_{ij}^{t} su različite od nule;

(b) komponente Reynolds-ovog napona σ_{22}^{t}, σ_{33}^{t} su jednake nuli jer je $\overline{u_2} = \overline{u_3} = 0$;

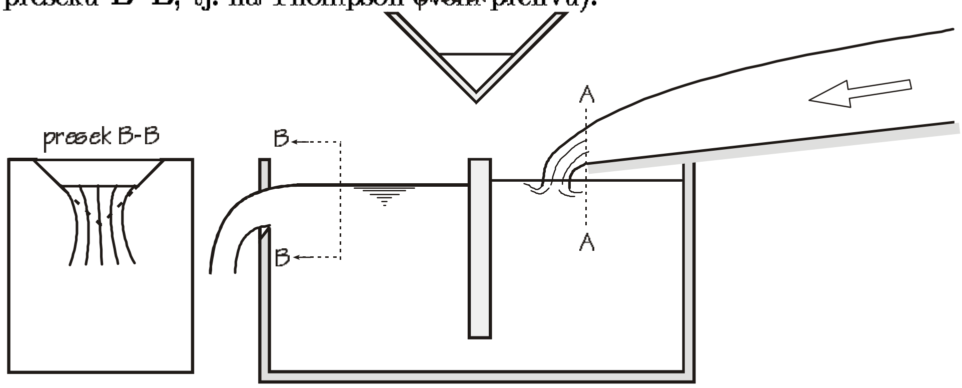
(c) komponenta Reynolds-ovog napona σ_{11}^{t} jednaka je nuli.

Ispitni rok 3. IX 1995. – zadaci



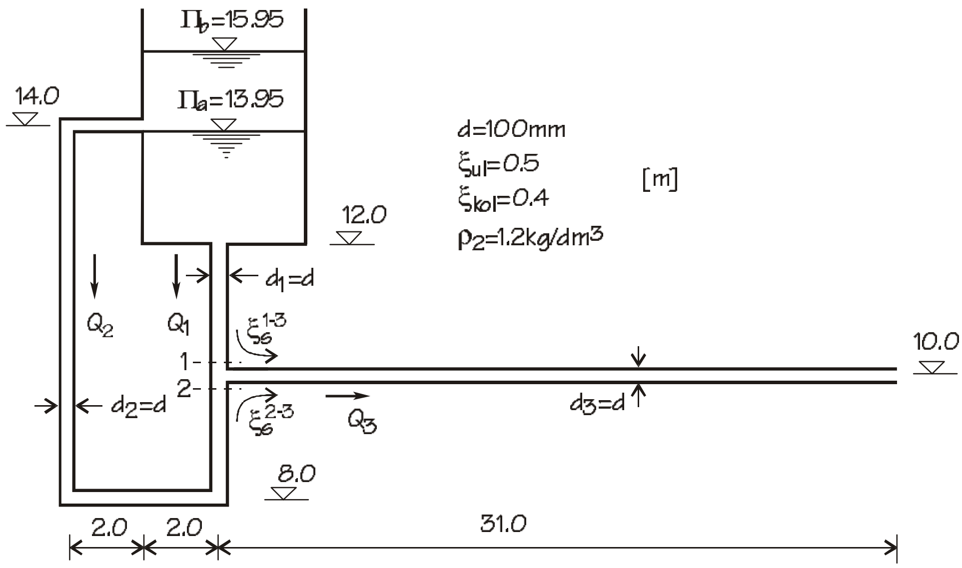
Zadatak 1. Gustina zida je $\rho_b = 2.4\,\mathrm{kg/dm^3}$. Zadatak je ravanski. Izračunati moment savijanja (po metru dužine konstrukcije) u preseku **A–A** (kod uklještenja).

Zadatak 2. Posmatra se tečenje kroz laboratorijski kanal trougaonog poprečnog preseka (sa pravim uglom između zidova kanala) čiji Manning-ov koeficijent hrapavosti obloge iznosi $n = 0.011\,\mathrm{m^{-1/3}s}$, a nagib dna $I_D = 0.155\%$. Voda iz kanala slobodno ističe u rezervoar, iz koga dalje ističe preko Thompson-ovog preliva (oblici preliva i poprečnog preseka kanala su isti). Pri nekom proticaju Q kritična dubina u kanalu h_K iznosi 80% od normalne dubine h_N (koja bi se ostvarila kada bi kanal bio dovoljno dugačak). Odrediti proticaj kroz kanal Q iz datog uslova da je $h_K = 0.80 h_N$. Odrediti dubinu vode h_A (u preseku **A–A**, gde je slobodno isticanje) i visinu mlaza h_B (u preseku **B–B**, tj. na Thompson-ovom prelivu).



Zadatak 3. Voda slobodno ističe iz rezervoara kroz cevi istog prečnika $d = 100\,\mathrm{mm}$ i iste hrapavosti.

a) Odrediti proticaj Q_3 za slučaj kada je nivo vode u rezervoaru na visini $\Pi_a = 13.95\,\mathrm{m}$, što je najviši nivo pri kome voda još uvek ističe samo kroz jednu cev, odnosno kada je $Q_1 = Q_3$ i $Q_2 = 0$. Koeficijent trenja za sve cevi iznosi $\lambda = 0.0215$. Koeficijent lokalnog gubitka na spoju iznosi $\xi_{s,a} = \xi_{s,a}^{1-3} = 2$. Odrediti do kog nivoa će se voda popeti u cevi kroz koju nema proticaja (koja je delimično ispunjena vodom u stanju mirovanja) iz uslova da su energetske kote u presecima **1** i **2** (u presecima cevi **1** i **2** neposredno ispred spoja) međusobno jednake.



b) Odrediti proticaje Q_1, Q_2 i Q_3 za slučaj kada je nivo vode u rezervoaru na visini $\Pi_b = 15.95\,\mathrm{m}$, odnosno kada je $Q_1 + Q_2 = Q_3$ i $Q_2 > 0$. Koeficijent trenja za sve cevi iznosi $\lambda = 0.0215$. Koeficijent lokalnog gubitka na spoju iznosi $\xi_{s,b} = \xi_{s,b}^{1-3} = \xi_{s,b}^{2-3} = 1.35$.

c) Ako se pri proticaju Q_3, određenom za slučaj pod a), ostvaruje turbulentno tečenje u prelaznom režimu iz glatke u hrapavu cev, odnosno ako je $\lambda = \lambda(k/d, \mathrm{Re}) = 0.0215$, odrediti apsolutnu hrapavost cevi k. Kinematički koeficijent viskoznosti vode iznosi $\nu = 10^{-6}\,\mathrm{m^2/s}$.

d) Ako važe pretpostavke iznete pod c), onda to znači da je u slučaju pod b) učinjena izvesna greška pošto je, pri proticajima različitim od

Q_3 određenom za slučaj pod a), odnosno pri različitim Re-brojevima, koeficijent trenja λ različit od 0.0215. Do “tačnog” rešenja[2] bi se moglo doći ako bi se, koristeći vrednost k sračunatu pod c), za proticaje sračunate pod b) odredili odgovarajući λ_1, λ_2 i λ_3, pa zatim s tim vrednostima ponovo izračunali proticaji, i tako nekoliko puta dok proračun ne konvergira. Objasniti da li se bez ovakvog iterativnog proračuna može reći da li je proticaj Q_3 sračunat pod b) precenjen ili potcenjen (u odnosu na “tačno” rešenje); ako može – reći na koju stranu je učinjena greška, a ako ne može – objasniti zašto ne može.

[2] Pridev *tačno* pisan je sa navodnicima jer je razlika između približnog rešenja dobijenog pod b) i tačnog veoma mala, manja od 1%.