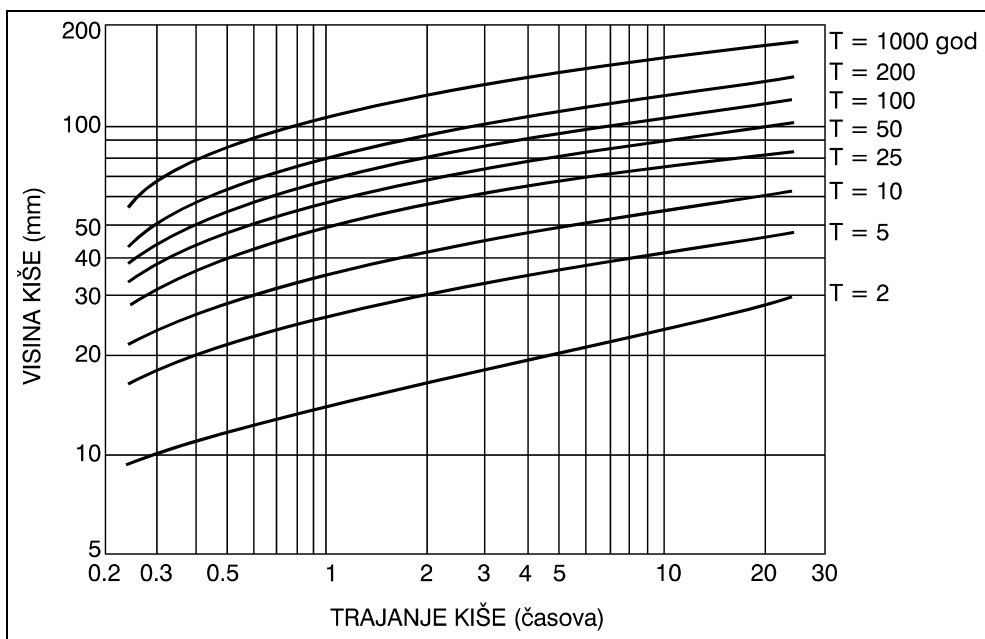


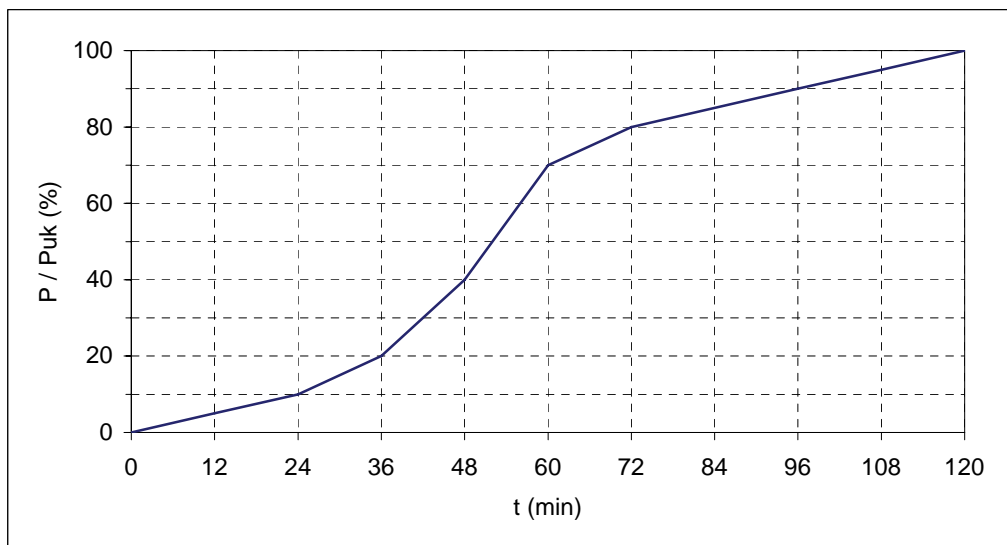
ZADATAK 1

Sredinom juna 1994. g. u Beogradu registrovana je visina kiše od 92 mm u toku 2 časa.

1. Odrediti povratni period ove kiše na osnovu rezultata obrade kiša jakog intenziteta za Beograd (slika 1).
2. Ukoliko se pretpostavi tipska kriva prikazana na slici 2 za vremensku raspodelu padavina, odrediti i nacrtati sumarnu liniju i hijetogram pale kiše. Proračun izvršiti sa vremenskim intervalom od 12 minuta.
3. Primenom Hortonove jednačine za infiltraciju sa parametrima za travnato tlo $f_0 = 1.95 \text{ mm/min}$, $f_c = 0.1 \text{ mm/min}$ i $k = 0.07 \text{ min}^{-1}$, odrediti i nacrtati krive intenziteta infiltracije i kumulativnu krivu gubitaka. Pri proračunu opet uzeti vremensku diskretizaciju na 12 minuta. Krive naneti na odgovarajuće dijagrame iz prethodne tačke. Odrediti i nacrtati hijetogram i sumarnu liniju efektivnih padavina.
4. Odgovoriti na sledeća pitanja:
 - a) Kada počinje oticaj u odnosu na početak kiše?
 - b) Koliko je trajanje efektivne kiše?
 - c) Koliki je sloj otekle vode?
 - d) Koliki je koeficijent oticaja?
 - e) Kolika je zapremina otekle vode sa travnatih površina Tašmajdanskog parka, ako se grubo uzme da njegova površina iznosi $500 \times 100 \text{ m}^2$ i da je 80% površine pod travom?



Slika 1.



Slika 2.

Rešenje

1. Za visinu kiše $P = 92$ mm i trajanje kiše $t_k = 2$ h, sa slike 1 se očitava $T \approx 200$ god.
2. Proračun sumarne linije i hijetograma pale kiše na osnovu tipske krive sa slike 2:

t (min)	P/P_{uk} (%)	P (mm)	ΔP (mm)	i (mm/min)
0	0	0		
12	5	4.6	4.6	0.383
24	10	9.2	4.6	0.383
36	20	18.4	9.2	0.767
48	40	36.8	18.4	1.533
60	70	64.4	27.6	2.300
72	80	73.6	9.2	0.767
84	85	78.2	4.6	0.383
96	90	82.8	4.6	0.383
108	95	87.4	4.6	0.383
120	100	92	4.6	0.383

3. Proračun efektivne kiše pomoću Hortonove jednačine:

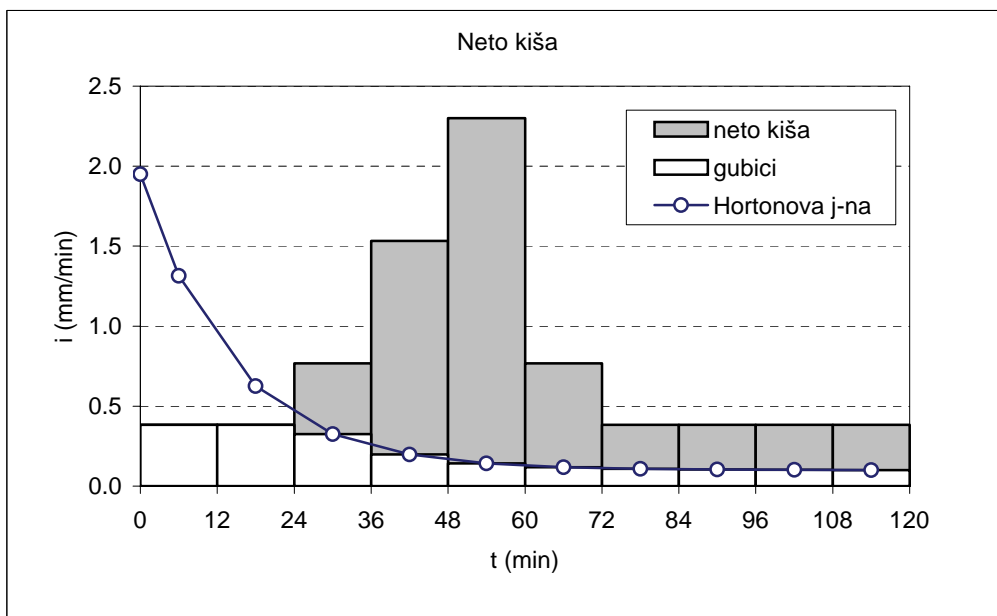
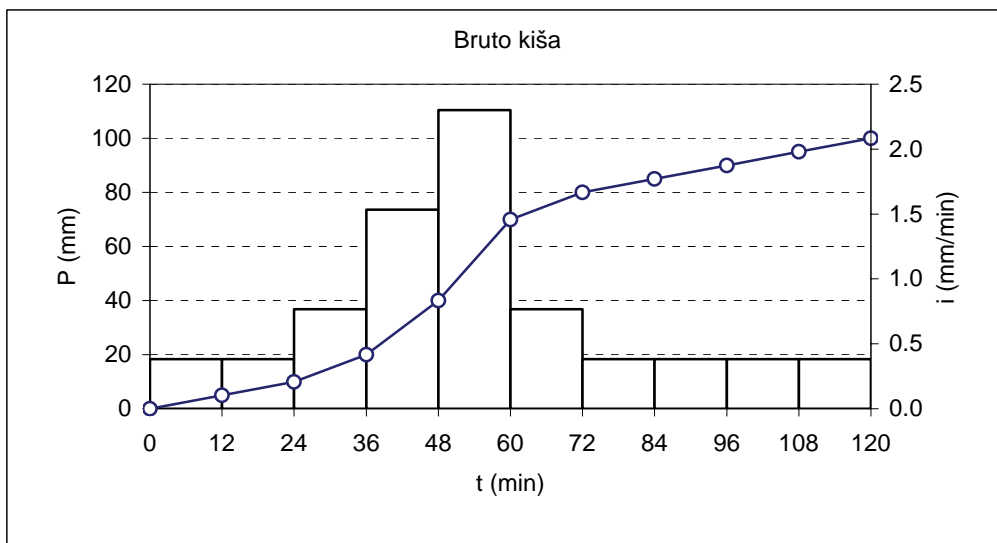
$$f = f_c + (f_0 - f_c)e^{-kt}, \quad f_0 = 1.95 \text{ mm/min}, f_c = 0.1 \text{ mm/min}, k = 0.07 \text{ min}^{-1}$$

t (min)	t' (min)	f (mm/min)	i_g (mm/min)	i_e (mm/min)	G (mm)	P_e (mm)
0	0	1.950			0	0
12	6	1.316	0.383	0.000	4.60	0.00
	18	0.625	0.383	0.000	9.20	0.00
36	30	0.327	0.327	0.440	13.12	5.28
	42	0.198	0.198	1.336	15.49	21.31
60	54	0.142	0.142	2.158	17.20	47.20
	66	0.118	0.118	0.648	18.62	54.98
84	78	0.108	0.108	0.275	19.91	58.29
	90	0.103	0.103	0.280	21.15	61.65
108	102	0.101	0.101	0.282	22.37	65.03
	114	0.101	0.101	0.283	23.58	68.42
120						

4. Odgovori na pitanja:

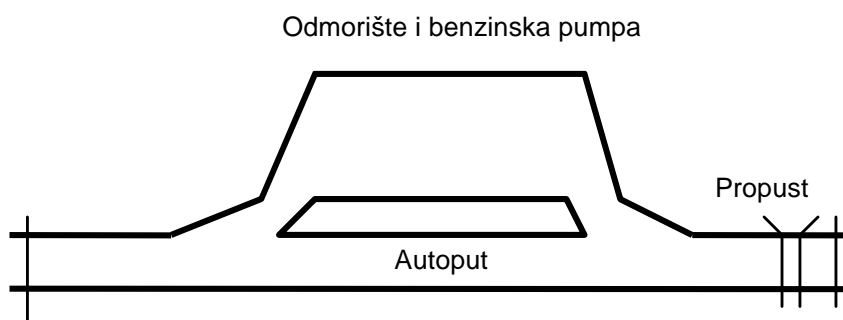
- a) Oticaj počinje posle 24 minuta.
- b) Trajanje efektivne kiše iznosi: $t_{k,ef} = 8 \cdot 12 = 96$ min
- c) Visina efektivne kiše iznosi: $P_e = 68.42$ mm.
- d) Koeficijent oticaja iznosi: $\eta = \frac{P_e}{P} = \frac{68.42}{92} = 0.74$

- e) Površina parka je: $A = 500 \cdot 100 = 5 \cdot 10^4 \text{ m}^2$
 Travnate površine iznose: $A_{\text{trav}} = 0.8 \cdot 5 \cdot 10^4 = 4 \cdot 10^4 \text{ m}^2$
 Zapremina otekle vode sa travnatih površina iznosi: $V_{o,\text{trav}} = 68.42 \cdot 4 \cdot 10^4 \cdot 10^{-3} = 2736.8 \text{ m}^3$



ZADATAK 2

Na skici je prikazana deonica autoputa sa platoom za odmorište i benzinsku pumpu sa kojih se oticaj od kiša sakuplja i sprovodi kroz propust ispod puta.



Površina sliva iznosi 38150 m². Vreme koncentracije za ukupnu površinu sa koje voda gravitira ka propustu procenjeno je na 15 minuta (na osnovu vremena ulaska u kanalsku mrežu i putovanja duž kanala do propusta). Za razmatranu lokaciju daju se vrednosti intenziteta jakih kiša za različita trajanja i dva povratna perioda (tabela 1).

Tabela 1. Intenziteti jakih kiša (l s⁻¹ ha⁻¹)

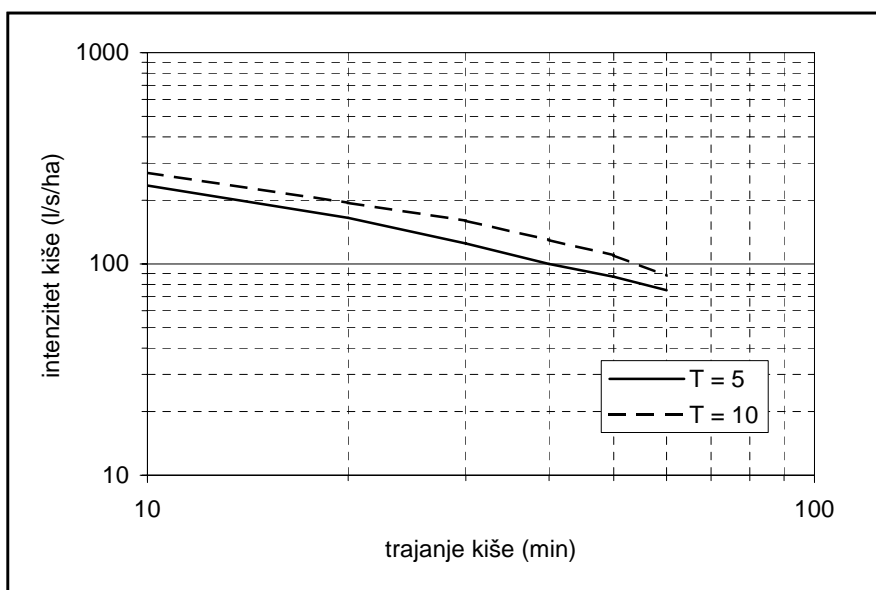
T (god)	Trajanje kiše (min)					
	10	20	30	40	50	60
5	235	165	125	100	87	75
10	270	195	160	130	110	88

Traži se:

- Na priloženom papiru sa logaritamskom podelom naneti raspoložive tačke iz gornje tabele i konstruisati dijagrame zavisnosti ITP (intenzitet - trajanje kiše - povratni period).
- Primenom racionalne teorije odrediti elemente hidrograma u profilu propusta i prikazati ih grafički za sledeće kombinacije:
 - $t_k = 15$ min $T = 5$ godina
 - $t_k = 20$ min $T = 5$ godina
 - $t_k = 30$ min $T = 10$ godina
 Usvojiti koeficijent oticaja za sve nepropusne površine u iznosu od 0.8.
- Komentarirati dobijene rezultate sa stanovišta maksimalne ordinate hidrograma oticaja i zapremine otekle vode za različite kombinacije iz prethodne tačke.

Rešenje

- ITP krive

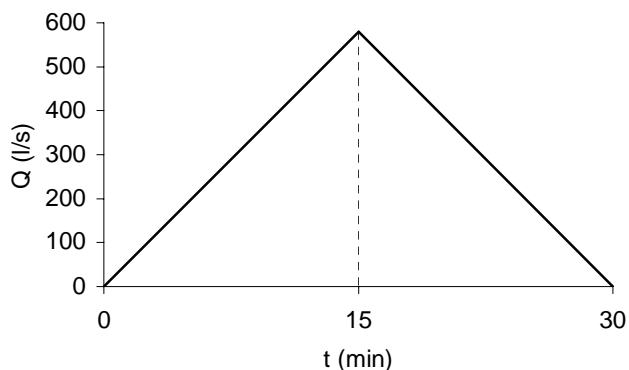


- $t_k = 15$ min, $t_c = 15$ min

sa ITP krive za $T = 5$ god: $i = 190$ l/s/ha

$$Q_{\max} = \eta i A = 0.8 \cdot 190 \frac{\text{l}}{\text{s ha}} \cdot 3.815 \text{ ha} = 580 \text{ l/s}$$

$$V_o = \frac{1}{2} \cdot 30 \cdot 60 \cdot 580 \cdot 10^{-3} = 522 \text{ m}^3$$

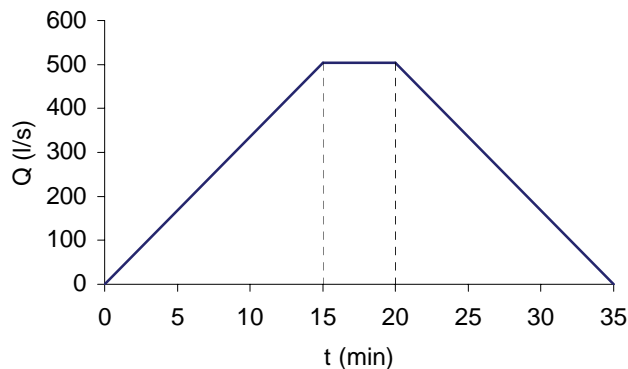


b) $t_k = 20 \text{ min}$, $t_c = 15 \text{ min}$

sa ITP krive za $T = 5 \text{ god}$: $i = 165 \text{ l/s/ha}$

$$Q_{\max} = \eta i A = 0.8 \cdot 165 \frac{\text{l}}{\text{s ha}} \cdot 3.815 \text{ ha} = 504 \text{ l/s}$$

$$V_o = \frac{1}{2} \cdot (35 + 5) \cdot 60 \cdot 504 \cdot 10^{-3} = 605 \text{ m}^3$$

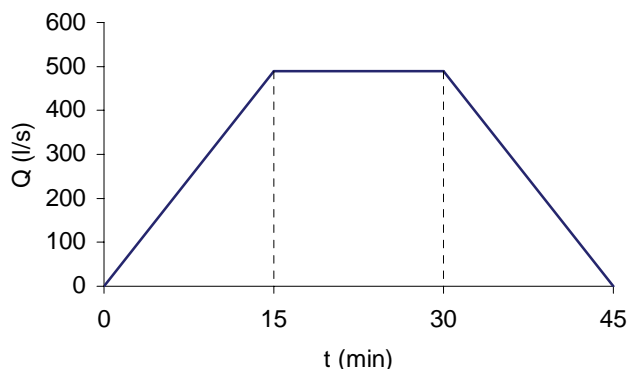


c) $t_k = 30 \text{ min}$, $t_c = 15 \text{ min}$

sa ITP krive za $T = 10 \text{ god}$: $i = 160 \text{ l/s/ha}$

$$Q_{\max} = \eta i A = 0.8 \cdot 160 \frac{\text{l}}{\text{s ha}} \cdot 3.815 \text{ ha} = 490 \text{ l/s}$$

$$V_o = \frac{1}{2} \cdot (45 + 15) \cdot 60 \cdot 490 \cdot 10^{-3} = 882 \text{ m}^3$$



ZADATAK 3

Za sliv površine $A = 7.2 \text{ km}^2$ formiran je 2-časovni sintetički jedinični hidrogram u obliku trougla sa vremenom podizanja $T_p = 1.8 \text{ h}$ i ukupnom vremenskom bazom $T_b = 4 \text{ h}$. Proračunati i nacrtati složeni hidrogram oticaja od stogodišnje kiše uniformnog intenziteta 25 mm/h i trajanja 4 časa, ako se usvoji da je koeficijent oticaja tokom prvih dva časa 0.2, a tokom druga dva časa 0.4.

Rešenje

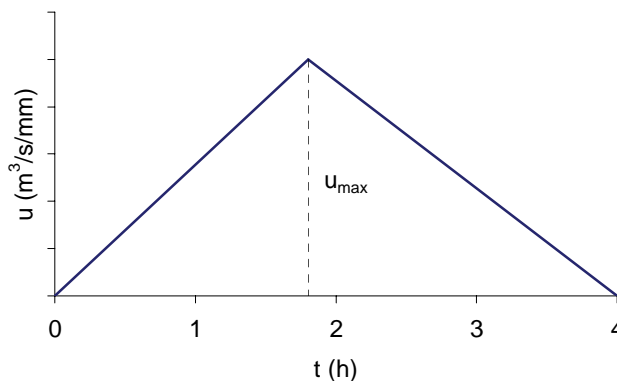
Na osnovu činjenice da površina ispod jediničnog hidrograma predstavlja zapreminu otekle vode usled efektivne kiše od 1 mm , što je brojno jednako površini sliva:

$$\frac{V_o}{P_e} = A = \int_0^{T_b} \frac{Q_d}{P_e} dt \rightarrow A = \int_0^{T_b} u dt$$

može se odrediti maksimalna ordinata jediničnog hidrograma:

$$A = \frac{1}{2} \cdot T_b \cdot u_{\max} \rightarrow$$

$$u_{\max} = \frac{2A}{T_b} = \frac{2 \cdot 7.2 \cdot 10^6 \text{ m}^2}{4 \cdot 3600 \text{ s}} = 1000 \frac{\text{m}^2}{\text{s}} = 1 \frac{\text{m}^3}{\text{s} \cdot \text{mm}}$$



Kišna epizoda trajanja 4 h se deli na dve epizode trajanja po 2 h, sa ravnomernim intenzitetom kiše od 25 mm/h :

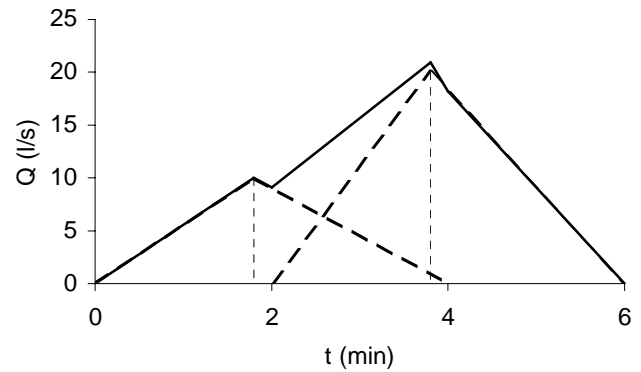
$t \text{ (h)}$	$i \text{ (mm/h)}$	$\Delta P \text{ (mm)}$	koef. oticaja	$\Delta P_e \text{ (mm)}$
0 - 2	25	50	0.2	10
2 - 4	25	50	0.4	20

Tada su maksimalne ordinate elementarnih hidrograma oticaja:

$$Q_{1\max} = u_{\max} \cdot P_{e1} = 1 \cdot 10 = 10 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$Q_{2\max} = u_{\max} \cdot P_{e2} = 1 \cdot 20 = 20 \text{ m}^3/\text{s}$$

dok se složeni hidrogram dobija superpozicijom dva elementarna hidrograma.



ZADATAK 4

Na jednom gradskom slivu površine 9 km² utvrđeno je da ima 55% nepropusnih površina sa koeficijentom oticaja 0.8 i 45% propusnih (neurbanizovanih) površina sa koeficijentom oticaja 0.4. Vreme koncentracije do izlaza iz sliva procenjeno je na 120 minuta (2 časa).

Ukupna visina 6-časovne kiše povratnog perioda 2 godine na obližnjoj kišomernoj stanici iznosi 35 mm. Obradom osmotrenih epizoda utvrđen je bezdimenzionalni oblik sumarne linije 6-časovnih kiša dat u donjoj tabeli.

t / t_k (%)	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
P / P_{uk} (%)	0	8	17	23	28	32	38	46	58	73	100

1. Odrediti vrednosti i nacrtati sumarnu liniju 6-časovne kiše povratnog perioda 2 godine prema datom bezdimenzionalnom obliku.
2. Nacrtati hijetograme ukupnih i efektivnih padavina.
3. Primenom racionalne teorije odrediti elemente složenog hidrograma oticaja od 6-časovne kiše povratnog perioda 2 godine na izlaznom profilu sliva. Napomena: kako vreme koncentracije iznosi 2 časa, a trajanje kiše 6 časova, podaci o kišama moraju se preraditi na vremenski korak od 2 časa.

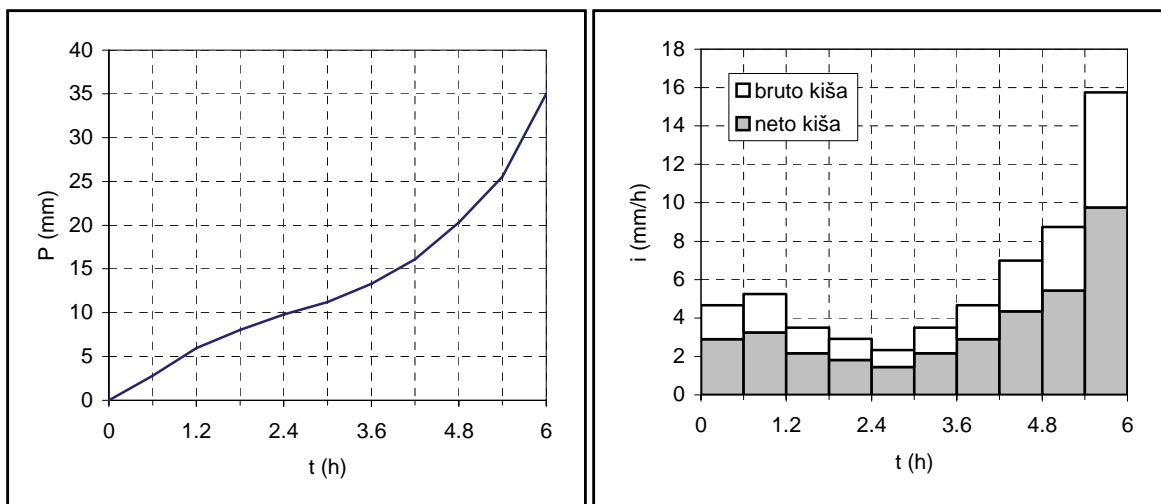
Rešenje

1. i 2. Prosečan koeficijent oticaja za sliv iznosi:

$$\eta = \frac{\eta_1 A_1 + \eta_2 A_2}{A} = \eta_1 \frac{A_1}{A} + \eta_2 \frac{A_2}{A} = 0.8 \cdot 0.55 + 0.4 \cdot 0.45 = 0.62$$

Proračun sumarne linije i hijetograma bruto i neto kiše prikazan je u donjoj tabeli.

t/t_k (%)	P/P_{uk} (%)	t (h)	P (mm)	ΔP (mm)	i (mm/h)	i_e (mm/min)
0	0	0	0			
				2.8	4.667	0.0482
10	8	0.6	2.8	3.15	5.250	0.0543
20	17	1.2	5.95	2.1	3.500	0.0362
30	23	1.8	8.05	1.75	2.917	0.0301
40	28	2.4	9.8	1.4	2.333	0.0241
50	32	3.0	11.2	2.1	3.500	0.0362
60	38	3.6	13.3	2.8	4.667	0.0482
70	46	4.2	16.1	4.2	7.000	0.0723
80	58	4.8	20.3	5.25	8.750	0.0904
90	73	5.4	25.55	9.45	15.750	0.1628
100	100	6.0	35			



3. Složeni hidrogram oticaja usled gornje kiše pomoću racionalne teorije

S obzirom da vreme koncentracije sliva iznosi 2h, a trajanje kiše 6h, kiša se prerađuje na vremenske intervale od 2h:

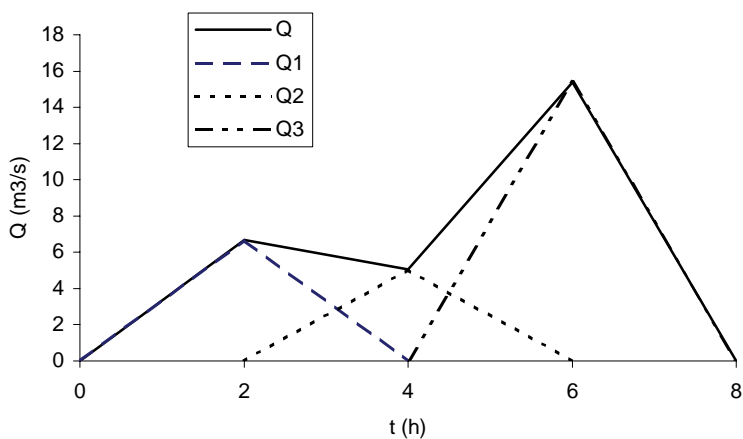
t (h)	P (mm)	ΔP (mm)	i (mm/h)	i_e (mm/h)
0	0			
2	8.633	8.633	4.317	2.676
4	15.167	6.533	3.267	2.025
6	35	19.833	9.917	6.148

Prema racionalnoj teoriji za slučaj $t_k = t_c$, elementarni hidrogram oticaja ima trougaoni oblik sa vremenom podizanja i vremenom opadanja jednakim vremenu koncentracije t_c i maksimalnom ordinatom jednakom:

$$Q_{\max} = \eta \cdot i \cdot A = i_e \cdot A$$

Složeni hidrogram usled kiše koja se sastoji od tri bloka trajanja po 2h dobija se superpozicijom elementarnih hidrograma od pojedinih blokova kiše.

t (h)	Q_1 (m ³ /s)	Q_2 (m ³ /s)	Q_3 (m ³ /s)	Q (m ³ /s)
0	0	0	0	0
2	6.691	0	0	6.691
4	0	5.063	0	5.063
6	0	0	15.371	15.371
8	0	0	0	0



ZADATAK 5

Razmatra se nailazak poplavnog talasa 100-godišnje velike vode u akumulaciju. Hidrogram tog poplavnog talasa je aproksimiran trouglom, pri čemu vreme podizanja iznosi $T_p = 10$ h, baza hidrograma $T_b = 30$ h, a maksimalna ordinata $Q_{\max} = 5730 \text{ m}^3/\text{s}$.

- Tokom nailaženja poplavnog talasa iz akumulacije se ispušta (kroz temeljni ispust na brani) protok jednak prosečnom protoku poplavnog talasa. Odrediti potrebnu zapreminu akumulacije koja pri ovakvom načinu ispuštanja vode omogućava izravnavanje talasa bez preliivanja.
- Odrediti potrebnu zapreminu akumulacije za izravnavanje poplavnog talasa ako se kroz temeljni ispust vrši ravnomerno ispuštanje vode tokom 50 sati.

Pri proračunima koristiti vremenski interval od 5 h. Za oba slučaja nacrtati sumarne linije dotoka i potrošnje vode u akumulaciji.

Rešenje

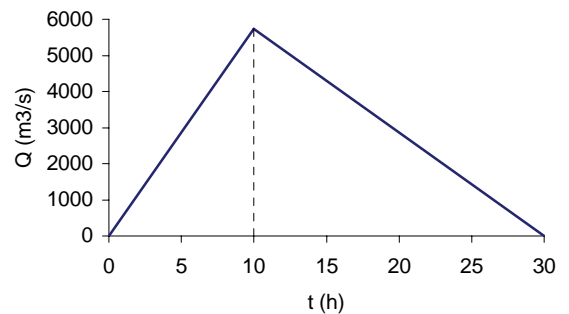
Ulazni hidrogram u akumulaciju je prikazan na slici desno. Zapremina poplavnog talasa iznosi:

$$V = \frac{1}{2} \cdot 5730 \cdot 30 \cdot 3600 = 309.42 \cdot 10^6 \text{ m}^3$$

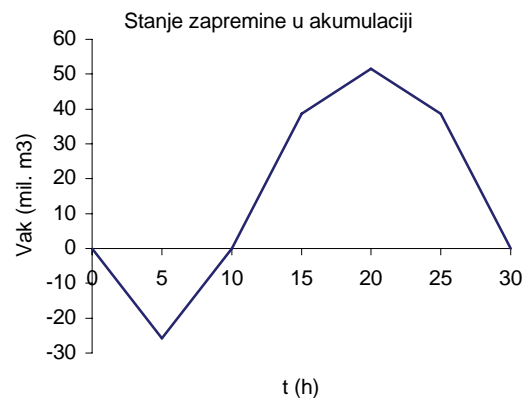
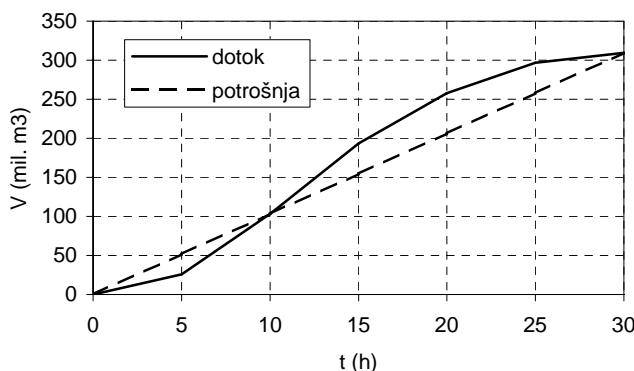
- Izlazni protok je jednak prosečnom protoku poplavnog talasa:

$$Q_{sr} = Q_{izl} = \frac{V}{T_b} = \frac{309.42 \cdot 10^6}{30 \cdot 3600} = 2865 \text{ m}^3/\text{s}$$

Proračun sumarnih linija dotoka i potrošnje je prikazan u donjoj tabeli.



t (h)	dotok			potrošnja			V_{ak} (10^6 m^3)
	Q_d (m^3/s)	ΔV_d (10^6 m^3)	ΣV_d (10^6 m^3)	Q_{izl} (m^3/s)	ΔV_p (10^6 m^3)	ΣV_p (10^6 m^3)	
0	0		0	2865		0	0
5	2865	25.79	25.79	2865	51.57	51.57	-25.79
10	5730	77.36	103.14	2865	51.57	103.14	0
15	4297.5	90.25	193.39	2865	51.57	154.71	38.68
20	2865	64.46	257.85	2865	51.57	206.28	51.57
25	1432.5	38.68	296.53	2865	51.57	257.85	38.68
30	0	12.89	309.42	2865	51.57	309.42	0



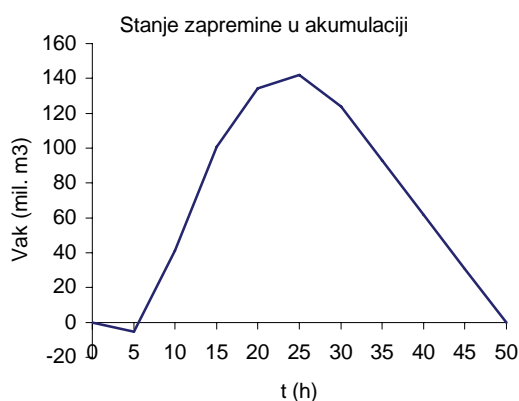
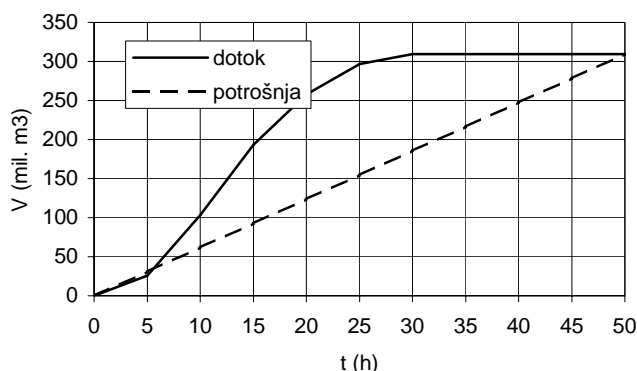
Potrebna zapremina akumulacije je: $V_{potr} = 25.79 + 51.57 = 77.36 \cdot 10^6 \text{ m}^3$

- Izlazni proticaj ako se izravnavanje vrši tokom 50 sati:

$$Q_{izl} = \frac{V}{T_b} = \frac{309.42 \cdot 10^6}{50 \cdot 3600} = 1719 \text{ m}^3/\text{s}$$

Proračun sumarnih linija dotoka i potrošnje je prikazan u donjoj tabeli.

t (h)	dotok			potrošnja			V _{ak} (10 ⁶ m ³)
	Q _d (m ³ /s)	ΔV _d (10 ⁶ m ³)	ΣV _d (10 ⁶ m ³)	Q _{izl} (m ³ /s)	ΔV _p (10 ⁶ m ³)	ΣV _p (10 ⁶ m ³)	
0	0		0	1719		0	0
5	2865	25.79	25.79	1719	30.942	30.94	-5.16
10	5730	77.36	103.14	1719	30.942	61.88	41.26
15	4297.5	90.25	193.39	1719	30.942	92.83	100.56
20	2865	64.46	257.85	1719	30.942	123.77	134.08
25	1432.5	38.68	296.53	1719	30.942	154.71	141.82
30	0	12.89	309.42	1719	30.942	185.65	123.77
35	0	0.00	309.42	1719	30.942	216.59	92.83
40	0	0.00	309.42	1719	30.942	247.54	61.88
45	0	0.00	309.42	1719	30.942	278.48	30.94
50	0	0.00	309.42	1719	30.942	309.42	0



Potrebna zapremina akumulacije je: $V_{\text{potr}} = 5.16 + 141.82 = 146.98 \cdot 10^6 \text{ m}^3$

ZADATAK 6

Statističkom analizom maksimalnih godišnjih padavina trajanja 120 minuta određena je jednačina prave za Gumbelov zakon verovatnoće:

$$X = 10.14 Y + 14.15$$

gde je $X = P$ (mm) visina kiše, a Y standardizovana promenljiva Gumbelove raspodele. Odrediti:

1. Parametre raspodele (srednju vrednost i standardnu devijaciju).
2. Visinu padavina razmatranog trjanja (120 minuta) povratnog perioda 10 godina.
3. Verovatnoću da kiša trajanja 120 minuta ima intenzitet veći od 25 l/s/ha.

Rešenje

1. Veza slučajne promenljive i standardizovane Gumbelove promenljive glasi:

$$Y = \frac{X - u}{\alpha}, \text{ odnosno } X = \alpha Y + u$$

gde su u i α parametri Gumbelove raspodele. Iz zadate jednačine sledi:

$$u = 14.15, \quad \alpha = 10.14$$

2. Visina padavina povratnog perioda 10 godina:

$$T = 10 \text{ god} \rightarrow F(x) = 1 - \frac{1}{T} = 0.9 \rightarrow y(F) = -\ln(-\ln F) = 2.25 \rightarrow x = 10.14 \cdot 2.25 + 14.15 = 37 \text{ mm}$$

3. Verovatnoća da kiša trajanja 120 minuta ima intenzitet veći od 25 l/s/ha:

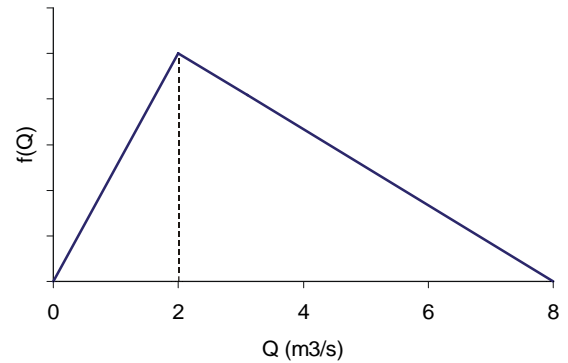
$$i = 25 \text{ l/s/ha} = 0.15 \text{ mm/min} \rightarrow P = i \cdot t_k = 0.15 \cdot 120 = 18 \text{ mm}$$

$$P\{X \geq 18\} = P\left\{Y \geq \frac{18 - 14.15}{10.14}\right\} = P\{Y \geq 0.38\} = 1 - P\{Y \leq 0.38\} = 1 - e^{-e^{-0.38}} = 0.495$$

ZADATAK 7

Na slici je data gustina raspodele protoka na jednom slivu. Koristeći teorijske definicije raspodele verovatnoće, i imajući u vidu da se radi o jednostavnoj funkciji ograničenoj u intervalu od 0 do 8, odrediti:

1. modalnu vrednost,
2. medijanu,
3. srednju vrednost proticaja,
4. verovatnoće pojave proticaja:
 - $P\{Q < 1\}$
 - $P\{Q > 3\}$
 - $P\{1 < Q < 3\}$



Rešenje

Na osnovu svojstva funkcije gustine raspodele:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$$

sledi:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(Q) dQ = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot f_{\max} = 1 \rightarrow f_{\max} = \frac{1}{4} = 0.25$$

1. Modalna vrednost je vrednost slučajne promenljive sa najvećom frekvencijom (gustinom raspodele), dakle:

$$M_0 = 2 \text{ m}^3/\text{s}$$

2. Medijana je vrednost slučajne promenljive za koju važi:

$$\int_{-\infty}^{M_e} f(x) dx = \int_{M_e}^{\infty} f(x) dx = 0.5$$

Sa slike:

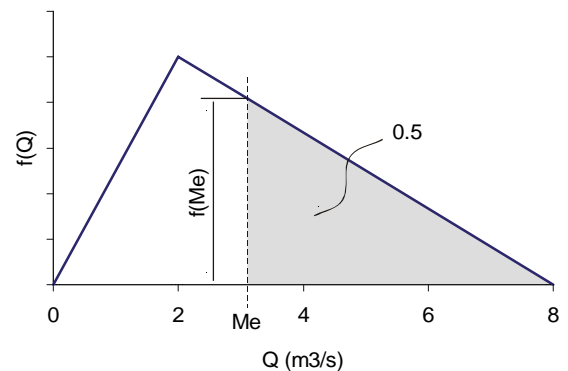
$$\int_{M_e}^{\infty} f(Q) dQ = \frac{1}{2} \cdot (8 - M_e) \cdot f(M_e) = 0.5$$

Iz sličnosti trouglova:

$$\frac{f(M_e)}{f_{\max}} = \frac{8 - M_e}{8 - 2}$$

sledi:

$$\frac{1}{2} \cdot (8 - M_e)^2 \cdot \frac{f_{\max}}{8 - 2} = 0.5 \rightarrow (8 - M_e)^2 = 24 \rightarrow M_e = 3.1 \text{ m}^3/\text{s}$$



3. Srednja vrednost:

$$\int_{-\infty}^{\infty} Qf(Q) dQ = \int_0^8 Qf(Q) dQ = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 0.25 \cdot \frac{4}{3} + \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 0.25 \cdot \left(2 + \frac{6}{3}\right) = 3.33 \text{ m}^3/\text{s}$$

4. Tražene verovatnoće su jednake:

$$P\{Q \leq 1\} = \int_0^1 f(Q) dQ = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot \frac{0.25}{2} = 0.0625$$

$$P\{Q > 3\} = 1 - \int_0^3 f(Q) dQ = \int_3^8 f(Q) dQ = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot \frac{5}{6} \cdot 0.25 = 0.521$$

$$P\{1 \leq Q \leq 3\} = \int_1^3 f(Q) dQ = \int_1^2 f(Q) dQ + \int_2^3 f(Q) dQ = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot \left(\frac{0.25}{2} + 0.25\right) + \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot \left(0.25 + \frac{5}{6} \cdot 0.25\right) = 0.417$$