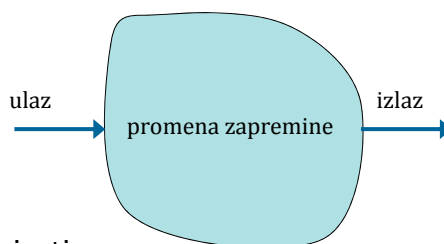


Bilans voda

- Princip održanja mase – jednačina kontinuiteta – bilans voda

$$\text{ULAZ} - \text{IZLAZ} = \text{PROMENA ZAPREMINE}$$



- Potrebno definisati:
 - područje za izradu bilansa
 - period za izradu bilansa

Bilans voda

- Princip održanja mase – jednačina kontinuiteta – bilans voda

$$\text{ULAZ} - \text{IZLAZ} = \text{PROMENA ZAPREMINE}$$

ili

$$U - I = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{V_2 - V_1}{t_2 - t_1}$$

- U konačnom intervalu vremena T :

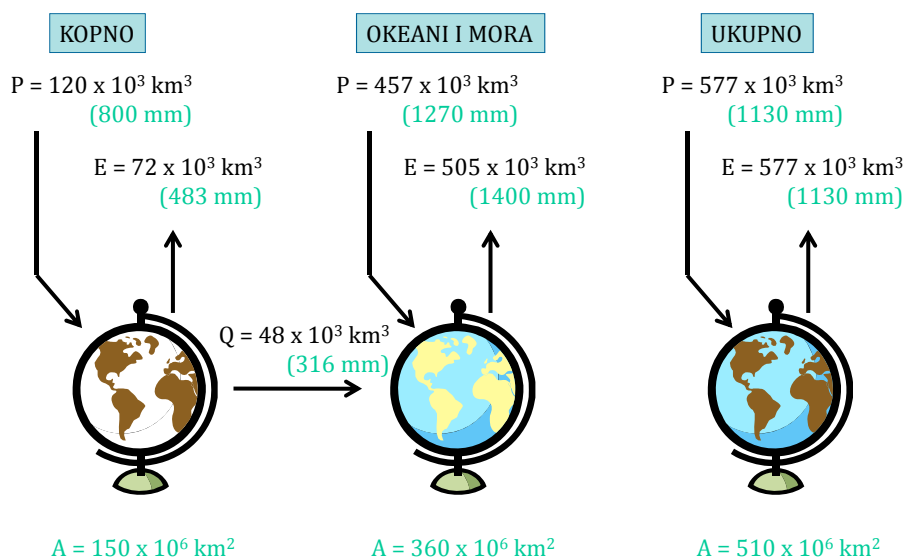
$$V_U - V_I = \Delta V$$

Bilans voda

- Svi elementi bilansa moraju da budu istorodne veličine
 - zapremina vode
 - zapremina vode po jedinici površine ili sloj vode
- Tipične hidrološke veličine i njihove jedinice

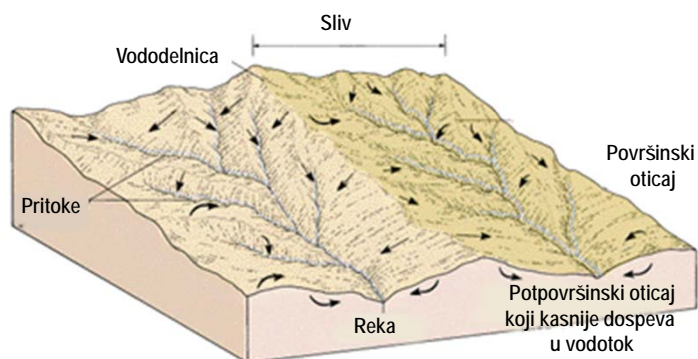
Proces	Veličina	Jedinica
Padavine	zapremina pale vode visina (sloj) pale kiše intenzitet	m ³ mm mm/h
Isparavanje	zapremina isparavanja sloj isparavanja intenzitet	m ³ mm mm/hr
Infiltracija	zapremina infiltracije sloj infiltrirane vode intenzitet	m ³ mm mm/hr
Oticaj	protok zapremina otekle vode sloj otekle vode	m ³ /s m ³ mm

Globalni bilans voda



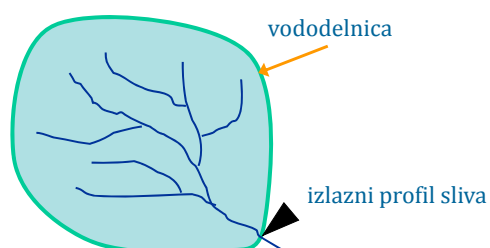
Bilans voda na slivu

- Sliv = deo kopna sa koje sva voda otiče do određene tačke (na jednom vodotoku, na sastavu dva vodotoka ili na ušću u jezero ili more)

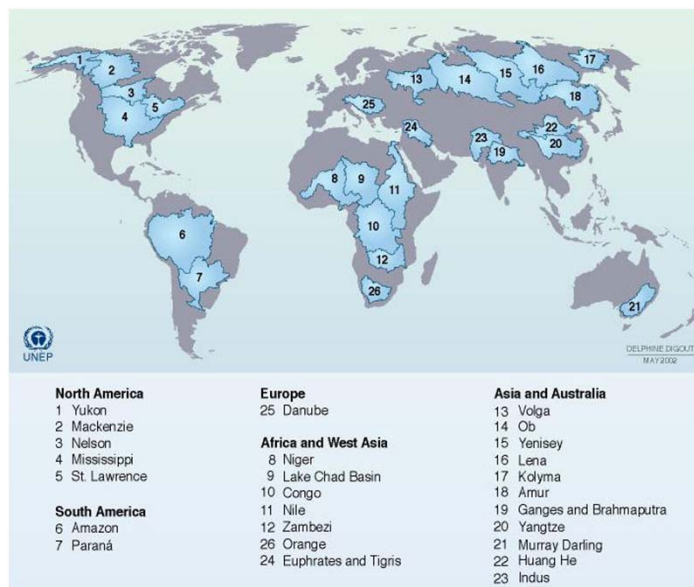


Bilans voda na slivu

- Granica sliva = vododelnica
 - topografska
 - hidrološka
- Određuje se na osnovu topografskih karata ili digitalnih modela terena



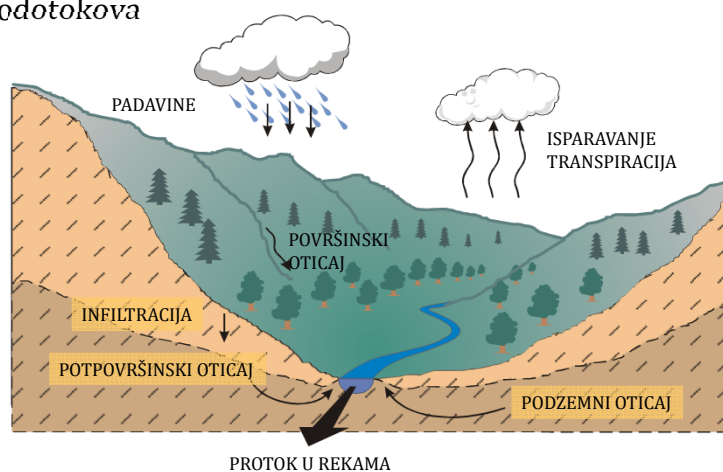
Najveći rečni slivovi



Source: United Nations Environment Programme (UNEP); World Conservation Monitoring Centre (WCMC); World Resources Institute (WRI); American Association for the Advancement of Science (AAAS); *Atlas of Population and Environment*, 2001

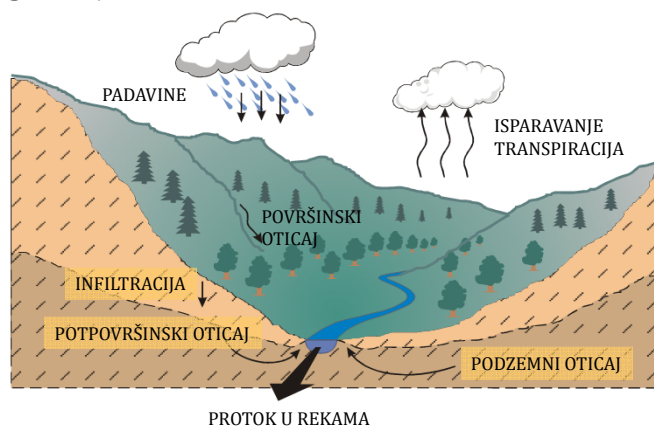
Bilans voda na slivu

- Ciklus oticaja – deo hidrološkog ciklusa od dospevanja padavina na tlo do dospevanja vode do površinskih vodotokova



Bilans voda na slivu

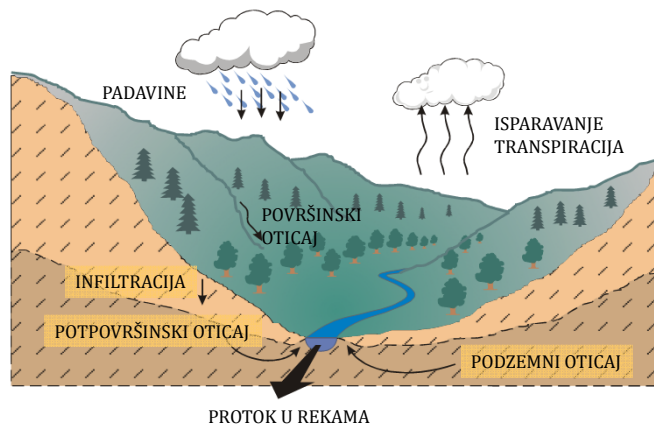
■ Višegodišnji bilans voda



$$\text{Padavine} - \text{Evapotranspiracija} - \text{Oticaj} = 0$$

Bilans voda na slivu

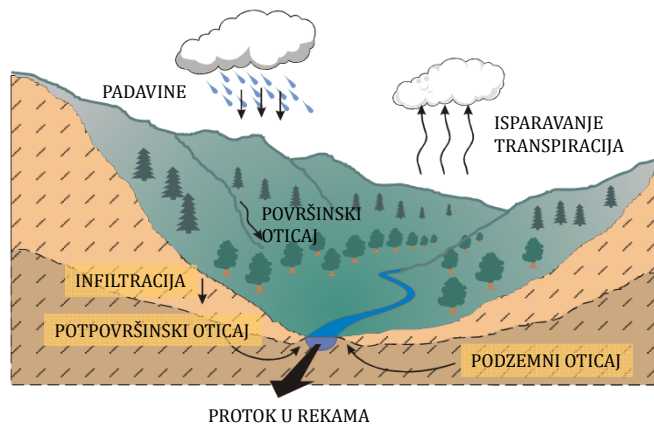
■ Kratkoročni bilans voda



$$\begin{aligned} \text{Padavine} - \text{Isparavanje} - \text{Transpiracija} - \text{Infiltracija} &= \text{Površinski oticaj} \\ \text{Površinski oticaj} + \text{Potpovršinski oticaj} + \text{Podzemni oticaj} &= \text{Protok u rekama} \end{aligned}$$

Bilans voda na slivu

- Veoma kratkoročni bilans velikih voda

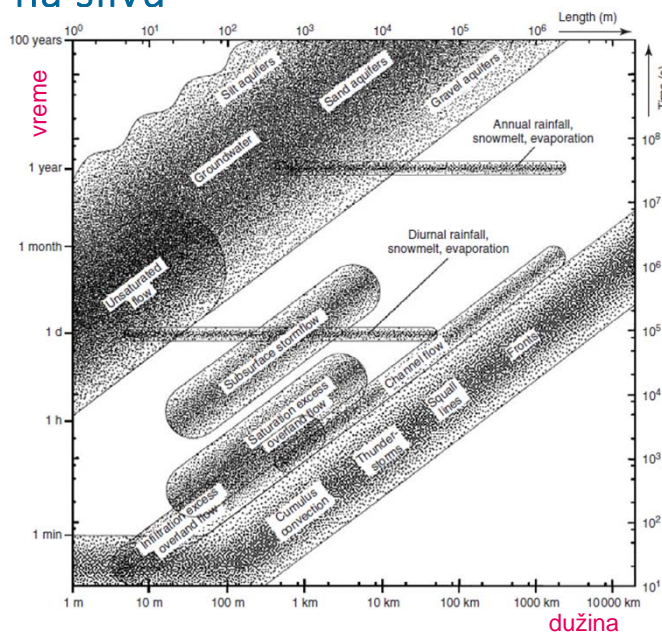


$$\text{Padavine} - \text{Isparavanje} - \text{Transpiracija} - \text{Infiltracija} = \text{Površinski oticaj}$$

$$\text{Površinski oticaj} + \text{Potpovršinski oticaj} + \text{Podzemni oticaj} = \text{Protok u rekama}$$

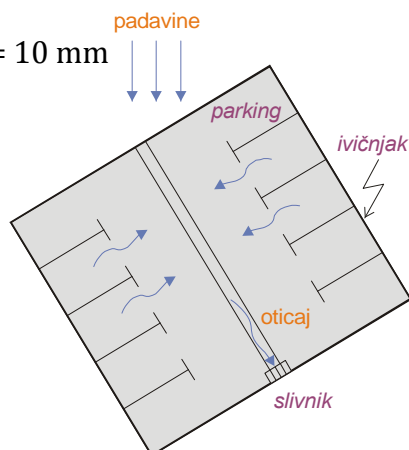
Bilans voda na slivu

- Izbor komponenti ciklusa zavisi od vremenske i prostorne razmere



BILANS VODA: Primer

- Parking 25 x 20 m sa ivičnjakom i slivnikom na najnižoj tački
- Padavine $P = 10$ mm



BILANS VODA: Primer

- Slučaj 1: sve što padne i otekne (asfaltni parking)

- ulaz = zapremina pale vode
- izlaz = zapremina otekle vode
- promena zapremine = 0

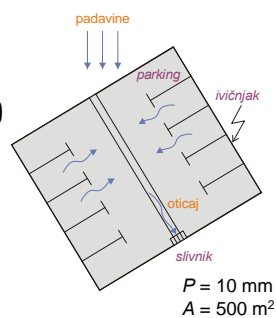
- Bilansna jednačina:

$$\text{zapremina pale vode} - \text{zapremina otekle vode} = 0$$

ili

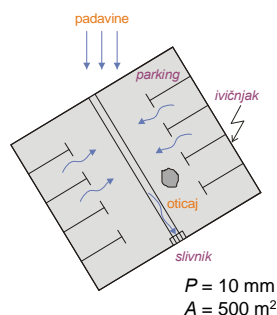
$$\text{zapremina otekle vode} = \text{zapremina pale vode}$$

- zapremina otekle vode:
 $V_o = V_p = 10 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot 500 \text{ m}^2 = 5 \text{ m}^3$
- sloj otekle vode:
 $P_e = V_o / A = 10 \text{ mm}$



BILANS VODA: Primer

- **Slučaj 2:** postoji depresija, prečnika 1 m i dubine 5 cm
 - ulaz = zapremina pale vode
 - izlaz = zapremina otekle vode
 - promena zapremine = zapremina depresije



- Bilansna jednačina:
zapr. pale vode - zapr. otekle vode = zapr. depresije

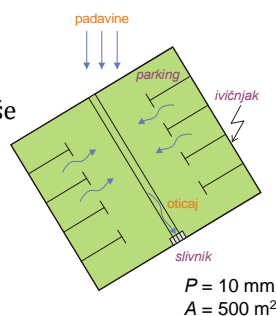
ili

- **zapr. otekle vode = zapr. pale vode - zapr. depresije**

- zapremina otekle vode:
 $V_o = V_p - V_d = 10 \cdot 10^{-3} \cdot 500 - 1^2 \cdot \pi \cdot 0.05 / 3 = 4.95 \text{ m}^3$
- sloj otekle vode:
 $P_e = V_o / A = 4.95 / 500 = 9.9 \text{ mm}$

BILANS VODA: Primer

- **Slučaj 3:** parking je travnat, upije se 40% pale kiše
 - ulaz = zapremina pale vode
 - izlaz = zapremine otekle i upijene vode
 - promena zapremine = 0



- Bilansna jednačina:
zapr. pale vode - zapr. otekle vode - zapr. upijene vode = 0

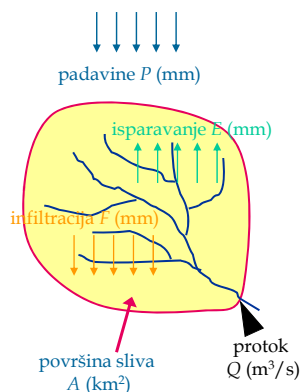
ili

- **zapr. otekle vode = zapr. pale vode - zapr. upijene vode**

- zapremina otekle vode:
 $V_o = V_p - V_u = (1 - 0.4) \cdot 10 \cdot 10^{-3} \cdot 500 = 0.6 \cdot 5 = 3 \text{ m}^3$
- sloj otekle vode:
 $P_e = V_o / A = 3 / 500 = 6 \text{ mm}$

Bilans voda na slivu

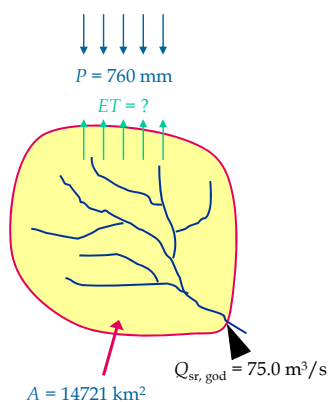
■ Konverzija ulaznih i izlaznih veličina u zapremine



- Padavine:
 $V_p (10^6 \text{ m}^3) = P (\text{mm}) * A (\text{km}^2) / 10^3$
- Isparavanje:
 $V_E (10^6 \text{ m}^3) = E (\text{mm}) * A (\text{km}^2) / 10^3$
- Infiltracija:
 $V_F (10^6 \text{ m}^3) = F (\text{mm}) * A (\text{km}^2) / 10^3$
- Oticaj:
 $V_o (10^6 \text{ m}^3) = Q (\text{m}^3/\text{s}) * T_{god} (\text{dani}) * 24 * 3600 / 10^6$
- Bilans: $V_p - V_E - V_F = V_o$

Bilans voda na slivu

■ Primer godišnjeg bilansa na Zapadnoj Moravi do v.st. Jasika (2008)

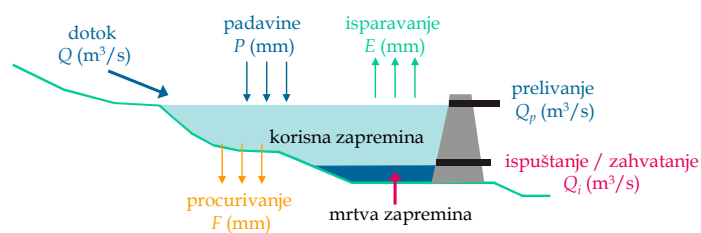


- Bilans: $V_p - V_{ET} = V_o$
- Padavine:
 $V_p = 760 \text{ mm} * 14721 \text{ km}^2 = 11\,188 * 10^6 \text{ m}^3$
- Oticaj:
 $V_o = 75 \text{ m}^3/\text{s} * 365 \text{ dana} * 24 * 3600 = 2365 * 10^6 \text{ m}^3$
- Evapotranspiracija:
 $V_{ET} = V_p - V_o = (11188 - 2365) = 8823 * 10^6 \text{ m}^3$
 $E = V_{ET} / A = 8823 * 10^6 \text{ m}^3 / 14721 \text{ km}^2 = 618 \text{ mm}$

Bilans voda u akumulaciji

■ Primer godišnjeg bilansa (sa prosečnim godišnjim vrednostima)

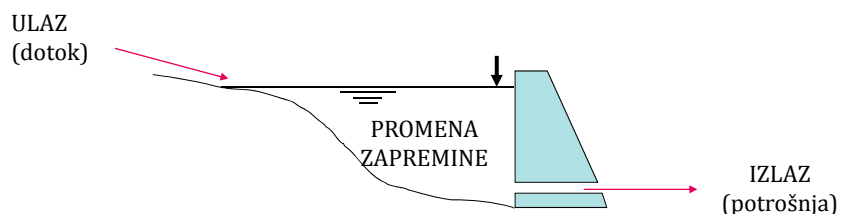
- zapremina na kraju godine - zapremina na početku godine = dotok + padavine - isparavanje - procurivanje - prelivanje - ispuštanje
- $V_{kraj} - V_{poč} (10^6 \text{ m}^3) = (Q_d - Q_p - Q_i) (m^3/s) * T_{god} (\text{dani}) * 24 * 3600 / 10^6 + (P - E - F) (\text{mm}) * A_{jez} (\text{km}^2) / 10^3$



Bilans u retenzionim prostorima

- Osnovna jednačina: jednačina bilansa (jednačina kontinuiteta):

ulaz - izlaz = promena stanja (zapremine)



Bilans u retenzionim prostorima

- Osnovna jednačina: jednačina bilansa (jednačina kontinuiteta):

ulaz - izlaz = promena stanja (zapremine)

- u vremenskom intervalu Δt :

- ΔU - zapremina koja ulazi u sistem
- ΔI - zapremina koja izlazi iz sistema
- ΔV - promena zapremine u sistemu

$$\Delta U_j - \Delta I_j = V(t_j) - V(t_{j-1})$$

- bilans do trenutka t_j :

- $U(t_j)$ - ordinata **sumarne linije** ulaza do t_j
- $I(t_j)$ - ordinata **sumarne linije** izlaza do t_j
- $V(t_j)$ - zapremina u sistemu do t_j

$$\sum_1^j \Delta U - \sum_1^j \Delta I = \sum_1^j \Delta V$$

$$t_j. \\ U(t_j) - I(t_j) = V(t_j) - V(t_0)$$

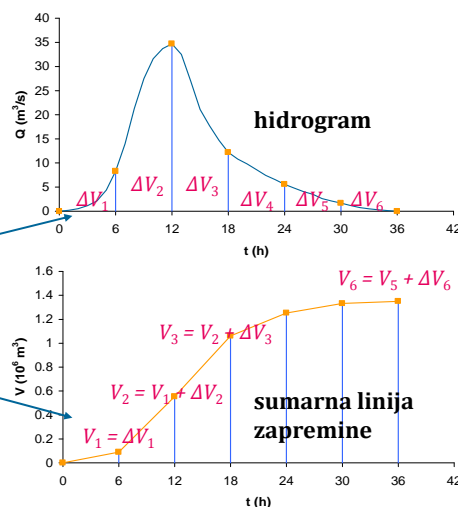
Bilans u retenzionim prostorima

- Sumarna linija zapremine

- kumulativna zapremina vode protekla kroz profil do posmatranog trenutka
- dobija se iz hidrograma

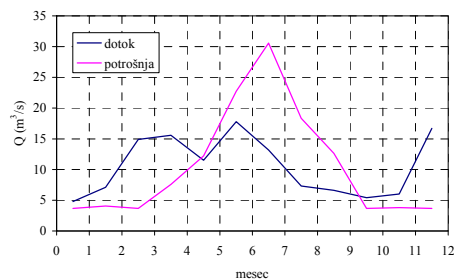
$$\Delta V_i = \int_{t_{i-1}}^{t_i} Q dt \approx \frac{Q_{i-1} + Q_i}{2} \Delta t$$

$$V_i = \int_0^{t_i} Q dt \approx V_{i-1} + \Delta V_i$$

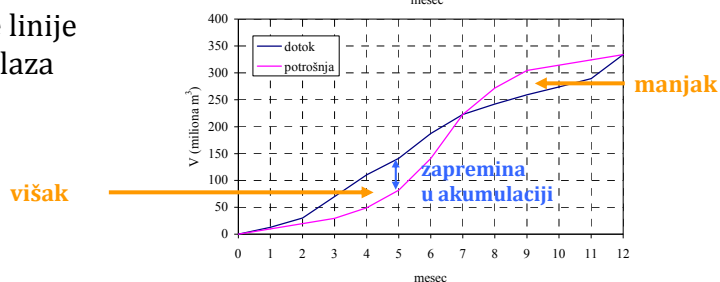


Bilans u retenzionim prostorima

- hidrogrami ulaza i izlaza

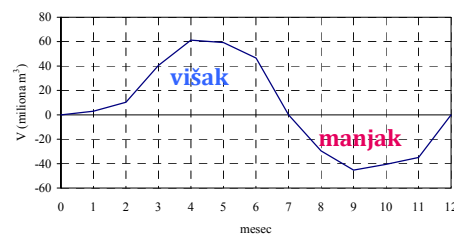


- sumarne linije ulaza i izlaza

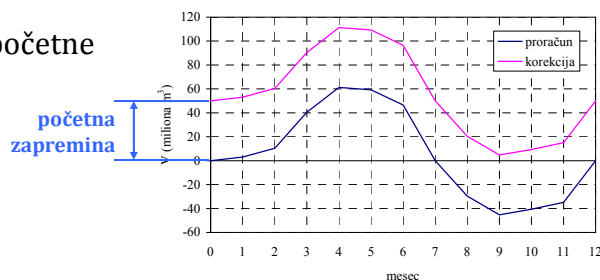


Bilans u retenzionim prostorima

- zapremina u akumulaciji



- korekcija početne zapremine



Bilansne metode proračuna

- Proračun preko sumarnih linija zapremine

vreme t	interval Δt	ulaz ΔU	izlaz ΔI	kum. ulaz U	kum. izlaz I	stanje V
t_0				U_0	I_0	V_0
t_1	Δt_1	ΔU_1	ΔI_1	$U_1 = U_0 + \Delta U_1$	$I_1 = I_0 + \Delta I_1$	$V_1 = V_0 + U_1 - I_1$
t_2	Δt_2	ΔU_2	ΔI_2	$U_2 = U_1 + \Delta U_2$	$I_2 = I_1 + \Delta I_2$	$V_2 = V_0 + U_2 - I_2$
t_3	Δt_3	ΔU_3	ΔI_3	$U_3 = U_2 + \Delta U_3$	$I_3 = I_2 + \Delta I_3$	$V_3 = V_0 + U_3 - I_3$

Bilansne metode proračuna

- Proračun preko priraštaja zapremine

vreme t	interval Δt	ulaz ΔU	izlaz ΔI	promena ΔV	stanje V
t_0					V_0
t_1	Δt_1	ΔU_1	ΔI_1	$\Delta V_1 = \Delta U_1 - \Delta I_1$	$V_1 = V_0 + \Delta V_1$
t_2	Δt_2	ΔU_2	ΔI_2	$\Delta V_2 = \Delta U_2 - \Delta I_2$	$V_2 = V_1 + \Delta V_2$
t_3	Δt_3	ΔU_3	ΔI_3	$\Delta V_3 = \Delta U_3 - \Delta I_3$	$V_3 = V_2 + \Delta V_3$