

## Određivanje plavnih zona kombinovanjem linijskih i ravanskih modela tečenja

David Jaćimović<sup>1</sup>  
Nikola Rosić<sup>2</sup>

**APSTRAKT:** U ovom radu se prikazuje mogućnost primene kombinovanih modela tečenja za određivanje plavnih zona. Tečenje duž plavnih površina najčešće odlikuje izrazita prostorna promenljivost hidrauličkih veličina, pri čemu se pravci strujanja na plavnim površinama mogu znatno razlikovati od pravaca strujanja toka u glavnom koritu. Poseban problem predstavljaju plavne površine u blizini rečnih ušća, račvanja tokova, mesta gde dolazi do preliivanja visokih prepreka koja razdvajaju korita za veliku vodu dva vodotoka. Takođe, moguće je i da se pri različitim hidrološkim scenarijima značajno menjaju pravci strujanja. Navedeni razlozi otežavaju primenu modela linijskog tečenja za određivanje plavnih zona. Kako bi se modelirali navedeni složeniji slučajevi strujanja u koritu za veliku vodu, moguće je linijske modele kombinovati sa ravanskim modelima kojima se obuhvataju složeniji delovi toka. U radu su prikazane su mogućnosti povezivanja linijskih i ravanskih elemenata modela, kao i primena kombinovanog modela strujanja u programskom paketu HEC-RAS. Primena kombinovanih modela ilustrovana je na primeru određivanja plavnih zona u okolini grada Uba, gde su linijski modeli reke Ub i reke Gračice povezani pomoću ravanskih elemenata. Na ovaj način modelirana je interakcija ova dva vodotoka i tečenje na plavnoj površini prilikom izlivanja vode iz glavnog korita. Rezultati kombinovanog modela upoređeni su rezultatima dobijenim na osnovu linijskog modela tečenja. Poređenja ukazuju na to da se dodavanjem ravanskih elemenata može na adekvatniji način modelirati razmena protoka između dva vodotoka tokom poplavne epizode, a samim tim hidrodinamiku toka i obim plavljenja.

**Ključne reči:** plavne površine, linijski modeli tečenja, kombinovani modeli tečenja, Tamnava, Ub, Gračica

## Determination of flood zones by combining 1D and 2D flow models

**ABSTRACT:** In the paper is presented the possibility of applying combined flow models to determine flood zones. Flow over floodplains is most often characterized by significant spatial variability of hydraulic quantities, whereby the flow directions on floodplains can differ significantly from the flow directions in the main channel. A special problem are the floodplains near river mouths, forks of streams, places where water flows over high obstacles that separate the floodplains of two rivers. Also, it is possible that in different hydrological scenarios, the flow directions change significantly. These reasons make it difficult to apply the 1D flow model for determining flood zones. In order to model the above mentioned complex cases of flow in the main channel and floodplains, it is possible to combine 1D models with 2D models that include more complex parts of the stream. The paper presents the possibilities of connecting 1D and 2D elements of the model, as well as the application of the combined flow model in the HEC-RAS software package. The application of combined models is illustrated by the example of determining flood zones in the vicinity of the town of Ub, where the 1D models of the river Ub and the river Gračica are connected by 2D elements. This way, the interaction of these two rivers during the outflow of water from the main channel was modeled. The results of the combined model were compared with the results obtained on the basis of the 1D flow model. Comparisons indicate that the addition of 2D elements can more adequately model the flow exchange between two rivers during a flood episode, and thus flow hydrodynamics and the extent of flooding.

**Keywords:** floodplains, 1D flow models, combined flow models, Tamnava, Ub, Gračica

<sup>1</sup> David Jaćimović, Ehting, student specijalističkih studija, davidjacimovic@gmail.com

<sup>2</sup> Dr Nikola Rosić, Građevinski fakultet Beograd, docent, nrosic@grf.bg.ac.rs

## 1 Uvod

Hidraulički modeli mogu se koristiti za procenu šteta izazvanih poplavnim događajima, na osnovu čega se mogu preduzeti određene mere da do tih šteta ne dođe. Iz tog, i mnogih drugih praktičnih razloga, hidraulički modeli predstavljaju moćan alat u rešavanju praktičnih problema rečne hidraulike. Tokom prethodnog perioda razvijeni su mnogobrojni hidraulički modeli i softverski alati koji se uspešno primenjuju kako u svetskoj, tako i u domaćoj inženjerskoj praksi. Pored modela linijskog tečenja koji se standardno primenjuju za određivanje plavnih zona, u poslednje vreme se sve više primenjuju i modeli ravanskog tečenja.

Tečenje duž plavnih površina najčešće odlikuje izrazita prostorna promenljivost hidrauličkih veličina. Pravci strujanja na plavnim površinama se mogu znatno razlikovati od pravca strujanja toka u glavnom koritu reka što otežava formiranje linijskih modela tečenja za velike vode. Poseban problem predstavljaju plavne površine u blizini rečnih ušća, račvanja tokova, mesta gde dolazi do preliivanja visokih prepreka koje razdvajaju korita za veliku vodu dva vodotoka. Moguće je i da se na istim plavnim površinama, pri različitim hidrološkim scenarijima, značajno menjaju pravci strujanja. Iz navedenih razloga je u ovim slučajevima poželjna primena modela ravanskog tečenja, kako bi se opisane pojave modelirale na što verodostojniji način.

Imajući u vidu da je za formiranje modela ravanskog tečenja potreban veći fond podataka, računarskih i vremenskih resursa, kompromis između opisanih pristupa predstavlja kombinacija linijskih i ravanskih elemenata modela, pri čemu se pomoću modela linijskog tečenja obuhvata glavni tok koji se zbog svoje prirode može tretirati kao linijski, dok se hidraulički složeniji delovi toka obuhvataju ravanskim elementima modela.

U ovom radu će se prikazati primena kombinovanog modela tečenja u programskom paketu HEC-RAS. Prikazaće se teorijske osnove linijskih i ravanskih modela, načini povezivanja linijskih i ravanskih elemenata, kao i rezultati primene kombinovanog modela za određivanje plavnih zona u okolini grada Uba.

## 2 Opšte o kombinovanim modelima tečenja

Linijski – 1D modeli se tradicionalno koriste u inženjerskoj praksi. Kako je u ovom radu akcenat na primeni hidrauličkih modela za određivanje posledica poplavnih događaja, primena hidrauličkih modela u ostalim aspektima rečnog inženjerstva neće se posebno obrađivati. Daće se opšti prikaz hidrauličkih modela neustaljenog tečenja u prirodnim vodotocima, posebno za modele linijskog-1D, odnosno ravanskog – 2D tečenja.

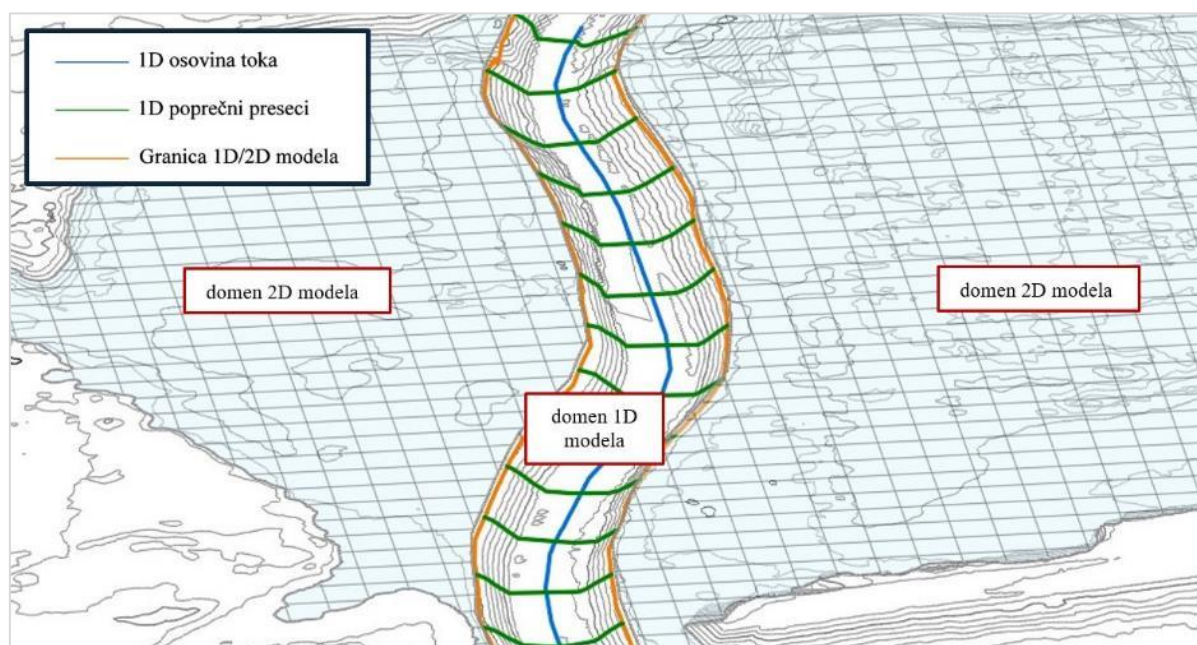
Linijski modeli u opštem slučaju sastoje se iz niza poprečnih preseka kojima je predstavljena topografija glavnog korita vodotoka i plavnih površina. Nivoi vode pri zadatim ulaznim podacima računaju se u svakom poprečnom preseku na osnovu jednačina linijskog neustaljenog tečenja, pri čemu je nivo vode u poprečnom preseku horizontalan. Za formiranje linijskog modela tečenja praktično je potrebno obezbediti podatke o topografiji terena u unapred definisanim poprečnim presecima. U uslovima relativno uskih plavnih površina, ograničenih nasipima ili visokim terenom, linijski modeli daju dobre rezultate i mogu se pouzdano koristiti za procenu hidrauličkih veličina prilikom nailaska poplavnog talasa. Međutim, u slučaju složenijih topografskih uslova na plavnim površinama, gde pravac tečenja značajno odstupa od pravca glavnog toka koji je predefinisani geometrijom modela, linijski modeli nemaju mogućnost adekvatnog modeliranja ravanskog toka koji se na plavnim površinama ostvaruje. Najveća prednost linijskih modela je u jednostavnosti izrade i brzini obavljanja simulacija, dok je najveći nedostatak nemogućnost adekvatnog opisivanja hidrodinamike toka u uslovima gde su izražene razlike u pravcima strujanja. Takođe, kalibracija linijskih modela predstavlja znatno jednostavniji zadatak od kalibracije ravanskih modela.

U slučajevima gde se pomoću linijskih modela ne može modelirati tok koji značajno odstupa od linijskog, primena ravanskih modela predstavlja značajnu prednost. Međutim, za razliku od linijskih modela kod kojih se topografija terena definiše pomoću niza poprečnih preseka, u slučaju ravanskih

modela potrebno je raspolagati sa kontinualnim topografskim podacima kojima je pokrivena kompletna oblast za koju se hidraulički model formira. Ravanski modeli se najčešće sastoje od računске mreže pomoću koje je razmatrana oblast diskretizovana u prostornom smislu, pri čemu svaka računска ćelija nosi informacije o topografiji terena koju pokriva.

Pribavljanje kvalitetnih topografskih podataka je ujedno i najveći izazov prilikom formiranja ravanskih modela tečenja, imajući u vidu da kvalitet topografskih podataka u najvećoj meri utiče na tačnost dobijenih rezultata [1]. Prema tome, prednosti ravanskog modeliranja se ogledaju u tačnosti dobijenih rezultata, pre svega u slučajevima gde se u prirodi javlja promenljivost u pravcima strujanja. U poređenju sa linijskim modelima, nedostaci se ogledaju u većem fondu podataka koji je potreban za formiranje modela, kao i u potrebnom vremenu za obavljanje simulacije i zahtevanim računarskim resursima.

Kako bi se iskoristile prednosti, odnosno nadomestili nedostaci linijskih i ravanskih modela tečenja, pristup koji predstavlja kompromis je formiranje kombinovanog modela - takozvano „kuplovanje“ modela. U tom slučaju se deo toka koji je u prirodi blizak jednodimenzionalnom modelira linijskim modelom (glavno korito), dok se delovi razmatrane oblasti gde je tok po prirodi ravanski (plavne površine) modeliraju ravanskim modelima (slika 2.1).



Slika 2.1. Ilustracija primene kombinovanog modela tečenja.

Figure 2.1. Illustration of the application of a combined flow model.

Međutim, kombinovanje linijskih i ravanskih modela zahteva definisanje načina „hidrauličkog“ povezivanja ova dva domena. Jedan način je da se primeni takozvano „slabo“ kuplovanje (*eng. loose coupling*), gde se prvo obavlja proračun u domenu linijskog modela, a zatim se rezultati koriste kao granični uslov za proračun u domenu ravanskog modela. Ovaj pristup je korišćen u mnogim studijama, međutim, pokazalo se da ovaj pristup može dovesti do problema sa bilansom zbog nemogućnosti vraćanja vode iz 2D u 1D domen [2]. Drugi način je takozvano „čvrsto“ kuplovanje (*eng. tight coupling*) gde se dva domena povezuju na nivou računskog koraka. Ovaj pristup zahteva razvoj dodatnih procedura unutar računskog algoritma kojima se opisuje hidraulička veza između linijskog i ravanskog domena.

U okviru ovog rada primeniće se postupak „čvrstog“ kuplovanja koje se može obaviti na više načina, u zavisnosti od domena primene modela. Naime, linijski i ravanski modeli se u opštem slučaju mogu povezivati na dva načina. Prvi način podrazumeva **bočno** povezivanje linijskih i ravanskih domena modela, pri čemu se veza između dva domena ostvaruje pomoću bočnog preliva. Kao primer

za primenu ovog tipa povezivanja može se uzeti modeliranje proboja nasipa, gde se nebranjeni deo korita reke modelira linijskim, a branjeni deo ravanskim modelom tečenja. Drugi način podrazumeva **direktno** povezivanje gde se veza između linijskog i ravanskog domena modela ostvaruje direktno, bez umetanja fiktivnih objekata. Primer za ovakav način kuplovanja modela može biti modeliranje rečnog ušća pomoću ravanskog modela, pri čemu se tokovi dveju reka uzvodno i nizvodno od ušća modeliraju linijskim modelom.

### 3 Osnovne jednačine

Osnovne jednačine neustaljenog tečenja proizilaze iz zakona održanja, i to jednačina kontinuiteta iz zakona održanja mase i dinamičke jednačine (jednačine sila) iz zakona održanja količine kretanja. Broj jednačina matematičkog modela zavisi od dimenzionalnosti problema. U slučaju modela linijskog tečenja, matematički model čini sistem od dve parcijalne diferencijalne jednačine – jedna jednačina kontinuiteta i jedna dinamička jednačina. U slučaju modela ravanskog tečenja jednačinama su obuhvaćene dve komponente brzine u horizontalnoj ravni, te je broj jednačina tri – jedna jednačina kontinuiteta i dve dinamičke jednačine.

Kada je reč o kombinovanim modelima tečenja, potrebno je obezbediti jednačine kojima se ostvaruje veza između linijskog i ravanskog domena modela. U nastavku će se prikazati matematički model kombinovanih modela tečenja, sa posebnim akcentom na načine povezivanja dva računaska domena.

#### 3.1 Jednačine linijskog neustaljenog tečenja

U slučaju linijskog neustaljenog tečenja, matematički model čini sistem od dve jednačine, jedne jednačine kontinuiteta - (3.1) i jedne dinamičke jednačine - (3.2) [2, 3, 4]:

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} - q = 0 \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{Q^2}{A} \right) + gA \left( \frac{\partial Z}{\partial x} + I_e \right) = 0, \quad (3.2)$$

gde je:  $x$  – prostorna koordinata,  $t$  – vreme,  $Q$  – zapreminski protok,  $q$  – bočni dotok,  $A$  – površina proticajnog preseka,  $Z$  – kota nivoa vode,  $g$  – ubrzanje zemljine teže i  $I_e$  – nagib energetske kote.

U navedenim jednačinama prostorna koordinata  $x$  i vreme  $t$  su nezavisno promenljive, dok su ostale veličine zavisno promenljive, osim ubrzanja zemljine teže koje je fizička konstanta. U pitanju su parcijalne diferencijalne jednačine hiperboličkog tipa koje u opštem slučaju nemaju analitičko rešenje, već se za njihovo rešavanje primenjuju metode numeričkog rešavanja jednačina.

Nagibom energetske kote  $I_e$ , koji se određuje se na osnovu Šezi-Maningove jednačine, obuhvaćen je jedini parametar matematičkog modela linijskog neustaljenog tečenja – Maningov koeficijent otpora, do čije vrednosti se dolazi kalibracijom modela.

#### 3.2 Jednačine ravanskog neustaljenog tečenja

Jednačine matematičkog modela ravanskog tečenja proizilaze iz istih zakona održanja kao i jednačine linijskog tečenja. Osnovna razlika je što se u slučaju jednačina ravanskog tečenja bilans mase i količine kretanja razmatra u horizontalnoj ravni, pri čemu je tok osrednjen po dubini.

Prema tome, matematički model čini sistem od tri jednačine, jedne jednačine kontinuiteta - (3.3) i dve dinamičke jednačine - (3.4) i (3.5) [2, 3]:

$$\frac{\partial Z}{\partial t} + \frac{\partial(hu)}{\partial x} + \frac{\partial(hv)}{\partial x} - q = 0 \quad (3.3)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -g \frac{\partial Z}{\partial x} + v_t \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) - c_\tau u + f_v \quad (3.4)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -g \frac{\partial Z}{\partial y} + v_t \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) - c_\tau v + f_u \quad (3.5)$$

gde je:  $t$  – vreme,  $(x, y)$  – prostorne koordinate,  $(u, v)$  – komponente vektora brzine u pravcima  $(x, y)$ ,  $h$  – dubina vode,  $Z$  – kota nivoa vode,  $q$  – bočni dotok,  $v_t$  – koeficijent turbulentne viskoznosti,  $C_\tau$  – koeficijent trenja,  $g$  – ubrzanje zemljine teže, a  $(f_v, f_u)$  – izvorni članovi. U prethodnim jednačinama vreme i prostorne koordinate su nezavisne promenljive, dok su ostale veličine, osim koeficijenata i fizičkih konstanti, zavisno promenljive.

Kao i u slučaju jednačina linijskog neustaljenog tečenja, u pitanju su parcijalne diferencijalne jednačine paraboloidnog tipa, za čije rešavanje se primenjuju standardne numeričke metode, kao što su metoda konačnih razlika, metoda konačnih elemenata, metoda konačnih zapremina, i sl.

Pretposlednji član jednačina (3.4) i (3.5) predstavlja lokalni tangencijalni napon koji se najčešće izražava pomoću Manningovog koeficijenta ravnosti - prvi parametar modela. Drugi član sa desne strane u dinamičkim jednačinama predstavlja napon turbulencije koji su posledica osrednjavanja zavisno promenljivih veličina po vremenu. Imajući u vidu da se ne radi o fizičkim veličinama, već o članovima jednačine kojima se opisuje uticaj fluktuacija brzina na glavno strujanje, njih je potrebno na neki način modelirati. Konkretno, u jednačinama (3.4) i (3.5) prikazan je koncept zasnovan na koeficijentu turbulentne viskoznosti koji je po svojoj prirodi tenzorska veličina. Međutim, ukoliko se pretpostavi izotropnost turbulencije, koeficijent turbulentne viskoznosti postaje skalarna veličina, čime se dobija ukupan broj od dva parametra modela. Ovime se u praktičnoj primeni postupak kalibracije modela znatno pojednostavljuje.

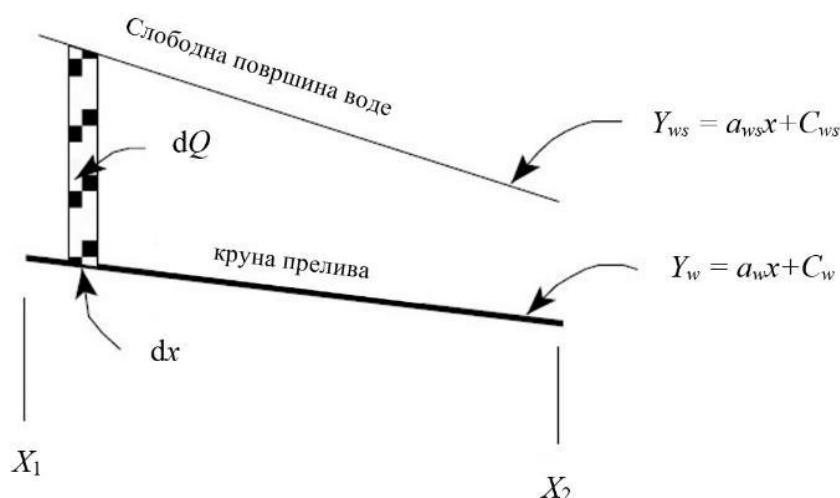
### 3.3 Jednačina bočnog povezivanja linijskog i ravanskog modela

Kao što je ranije rečeno, linijski i ravanski elementi modela se mogu povezivati na više načina. Shodno tome, razlikuje se i matematička formulacija problema. Praktični aspekti povezivanja linijskih i ravanskih elemenata prikazaće se u poglavljima koja slede. Ovde će se razmotriti slučaj bočnog povezivanja linijskih i ravanskih elemenata modela, gde se linijskim modelom predstavlja glavni tok, koji je po svojoj prirodi blizak jednodimenzionalnom, dok se ravanskim elementima modelira složnije tečenje na plavnoj površini. U matematičkom smislu, povezivanje 1D i 2D oblasti strujanja vrši se pomoću standardne jednačine preliivanja preko bočnog preliiva. Bočni preliv može biti i fiktivan, u slučajevima kada se ravanskim elementima modelira izlivanje iz osnovnog korita i terečnje na plavnim površinama, pri čemu ne postoje fizičke prepreke u vidu nasipa ili visokog terena.

U opštem slučaju, slobodna površina vode duž preliiva je pod određenim nagibom. Takođe, krana preliiva posleduje određen podužni nagib (slika 3.1). Iz tog razloga, potrebno je izvesti jednačinu za konkretan slučaj preliivanja preko bočnog preliiva. Polazi se od standardne jednačine preliivanja u diferencijalnom obliku [3]:

$$dQ = C_q (Z - Z_{kp})^{3/2} dx \quad (3.6)$$

Jednačina (3.6) predstavlja standardnu jednačinu preliivanja, gde  $dQ$  predstavlja protok preko preliiva po jedinici dužine  $dx$ ,  $C_q$  koeficijent preliivanja,  $Z$  nivo vode na preliivu i  $Z_{kp}$  kotu krune preliiva. Kada je nivo u poprečnom preseku ili u ćeliji računске oblasti veći od kote krune preliiva, dolazi do preliivanja, odnosno razmene protoka između linijskog i ravanskog domena modela.



Slika 3.1. Segment preлива sa nagibom slobodne površine [3].

Figure 3.1. Lateral structure segment with sloped free water surface.

Sledeći skicu prikazanu na slici 3.1, diferencijalna jednačina 3.6 integrirani se duž bočnog preлива. Kao što se na slici 3.1 može videti, slobodna površina i kruha preлива predstavljaju se pomoću linearnih zavisnosti koje se potom uvrste u jednačinu 3.6:

$$dQ = C_q ((a_{ws} - a_w)x + C_{ws} - C_w)^{3/2} dx. \quad (3.7)$$

Objedinjavanjem konstanti i integracijom jednačine u granicama koje su definisane geometrijom preлива, dobija se konačan izraz za protok [3]:

$$\int_{x_1}^{x_2} dQ = C_q \int_{x_1}^{x_2} (a_1 x + C_1)^{3/2} dx, \quad (3.8)$$

$$Q_{x_1-x_2} = \frac{2C_q}{5a_1} ((a_1 x_2 + C_1)^{5/2} - (a_1 x_1 + C_1)^{5/2}), \quad (3.9)$$

gde su  $a_1 = a_{ws} - a_w$  i  $C_1 = C_{ws} - C_w$ .

U opštem slučaju, razmena protoka između linijskih i ravanskih oblasti strujanja može se odvijati u oba smera, u zavisnosti od odnosa nivoa vode u delovima računskih oblasti. Prema tome, protok definisan izrazom (3.7) može predstavljati ulaz u domen ravanskog iz domena linijskog strujanja, i obrnuto, iz ravanskog u linijski domen.

Pored standardne jednačine prelivanja, HEC-RAS nudi opciju proračuna protoka preko bočnog preлива primenom Hagerove jednačine, koja se suštinski ne razlikuje od standardne jednačine prelivanja. Razlika je u tome što kod Hagerove jednačine prelivanja koeficijent prelivanja nije konstantna veličina koja se zadaje proizvoljno, već se računa na osnovu sledećeg izraza [3]:

$$C_q = \frac{3}{5} C_0 \sqrt{g} \left[ \frac{1-W}{3-2y-W} \right]^{0.5} \left\{ 1 - (\beta + S_0) \left[ \frac{3(1-y)}{y-W} \right]^{0.5} \right\} \quad (3.9)$$

gde je  $W = h_w/H_t + h_w$  i  $y = H + h_w/H_t + h_w$ .

U prethodnim jednačinama korišćene oznake imaju sledeće značenje:  $H$  – visina prelivnog mlaza,  $h_w$  – visina preлива,  $H_t$  – kota energije na prelivu,  $S_0$  – prosečan nagib dna glavnog korita,  $\beta$  – ugao kontrakcije glavnog korita (jednak nuli ako je preliv paralelan sa osovinom glavnog korita).

$C_0$  predstavlja bazni koeficijent preliivanja i zavisi od oblika preliiva u poprečnom preseku, pri čemu npr. za preliv sa visinom jednakom nuli (*eng. zero height*) iznosi  $\approx 0,63$  [3, 5, 6].

Prema tome, koeficijent preliivanja u slučaju Hagerove jednačine preliivanja predstavlja funkciju koja se menja na nivou računskog koraka, s obzirom na to da pored geometrijskih karakteristika preliiva zavisi i od hidrauličkih veličina kao što su visina prelivnog mlaza i kota energije.

### 3.4 Direktno povezivanje linijskih i ravanskih modela

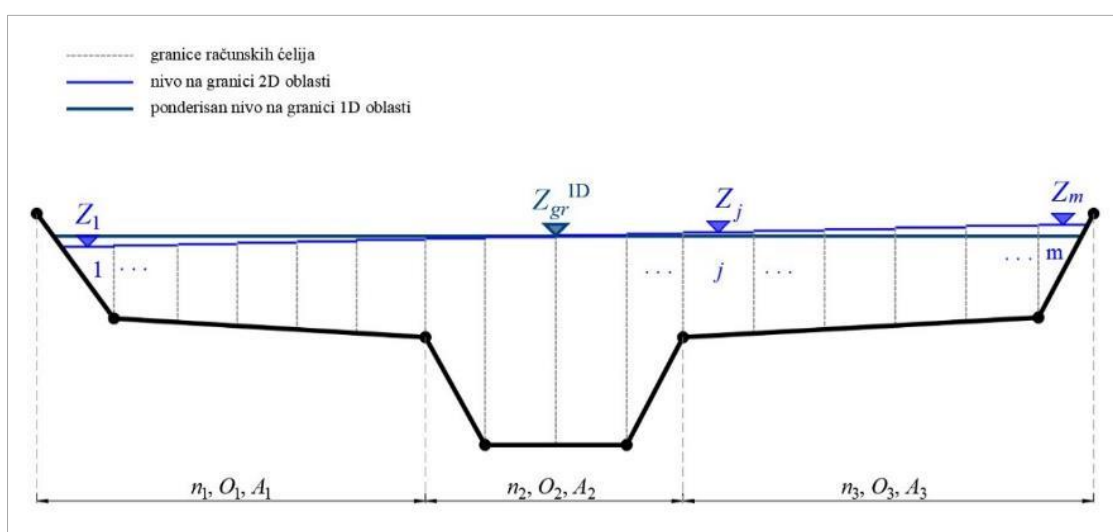
Direktno povezivanje linijskih i ravanskih elemenata modela poželjno je primenjivati na mestima gde je u prirodi tok blizak linijskom, pri čemu se povezivanje može vršiti na dva načina.

Prvi način podrazumeva povezivanje nizvodne 1D i uzvodne 2D računске oblasti. U ovom slučaju nizvodna granica 2D računске oblasti i uzvodna granica 1D oblasti prostorno se poklapaju. U svakom računskom koraku, protok iz 2D oblasti prosleđuje se u 1D oblast na osnovu rasporeda protočnosti u ćelijama koje su direktno povezane sa graničnim poprečnim presekom. Pri tome, računski nivo u poprečnom preseku na granici linijskog i ravanskog domena „nameće“ se kao nizvodni granični uslov za proračun u okviru domena ravanskog tečenja.

Drugi slučaj je obrnut u odnosu na prethodni. Direktno povezivanje se vrši između nizvodne 2D i uzvodne 1D računске oblasti, pri čemu se nizvodni presek 1D oblasti prostorno poklapa sa uzvodnom granicom 2D oblasti. U svakom računskom koraku protok iz 1D oblasti prosleđuje se u 2D oblast na osnovu rasporeda protočnosti poprečnog preseka, u ćelije koje su sa njim direktno povezane. U ovom slučaju nivo na uzvodnoj granici 2D računске oblasti „nameće“ se kao granični uslov za proračun linije nivoa u uzvodnoj 1D oblasti. U opštem slučaju, nivo na granici 2D oblasti može biti promenljiv po širini (slika 3.2). Iz tog razloga se kao granični uslov definiše ponderisana vrednost nivoa na osnovu protočnosti svake računске ćelije:

$$Z_{gr}^{1D} = \frac{\sum_j Z_j \cdot K_j}{\sum_j K_j}, \quad (3.12)$$

gde je  $Z_j$  - nivo u računskoj ćeliji  $j$ , a  $K_j$  - protočnost za računsku ćeliju  $j$ .



Slika 3.2. Ponderisanje nivoa na granici između nizvodne 2D i uzvodne 1D računске oblasti.

Figure 3.2. Weighting of water surface elevations at the boundary between downstream 2D and upstream 1D computational area.



## 4 Računski primer

Prethodno opisana metodologija primeniće se na računskom primeru. Konkretno, ilustrovaće se primena kombinovanog modela na primeru određivanja plavnih zona u okolini grada Uba. Dobijeni rezultati će se na kraju uporediti sa rezultatima dobijenim pomoću linijskog modela.

### 4.1 Opis hidrauličkog modela

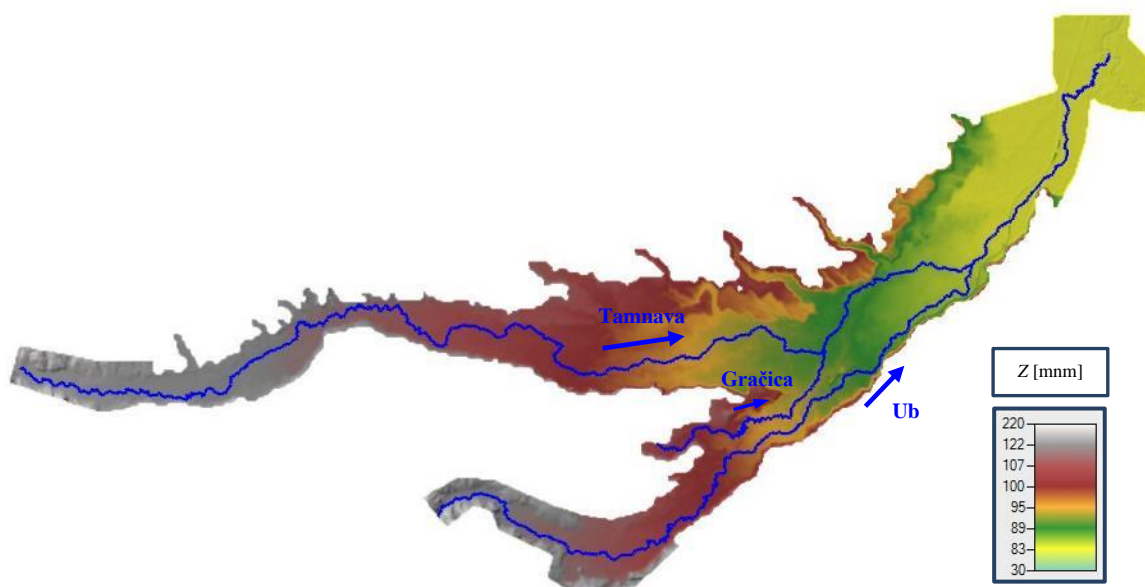
Na slici 4.1 prikazana je pregledna karta sliva reke Tamnave sa glavnim pritokama, rekom Ub i rekom Gračicom. Za potrebe ovog rada korišćen je postojeći linijski hidraulički model razvijen u okviru [7].

Linijski hidraulički model koji obuhvata vodotoke prikazane na slici 4.1 sadrži 877 poprečnih preseka i 24 mosta/propusta na mestu ukrštanja vodotoka sa saobraćajnicama. Model je modifikovan dodavanjem ravanskih elemenata u dve varijante, i to:

- 1) u urbanoj zoni grada Uba, gde je plavna površina između tokova Uba i Gračice najuža, sa ciljem da se ispita eventualna interakcija ova dva vodotoka prilikom izlivanja vode iz osnovnog korita;
- 2) na ušću reke Gračice u Tamnavu, gde se tok Gračice u Tamnavu uliva kroz dva rukavca.

Prema tome, prva računaska varijanta odnosi se na postojeći linijski model, dok varijante 2 i 3 podrazumevaju bočno i direktno povezivanje linijskih i ravanskih elemenata modela.

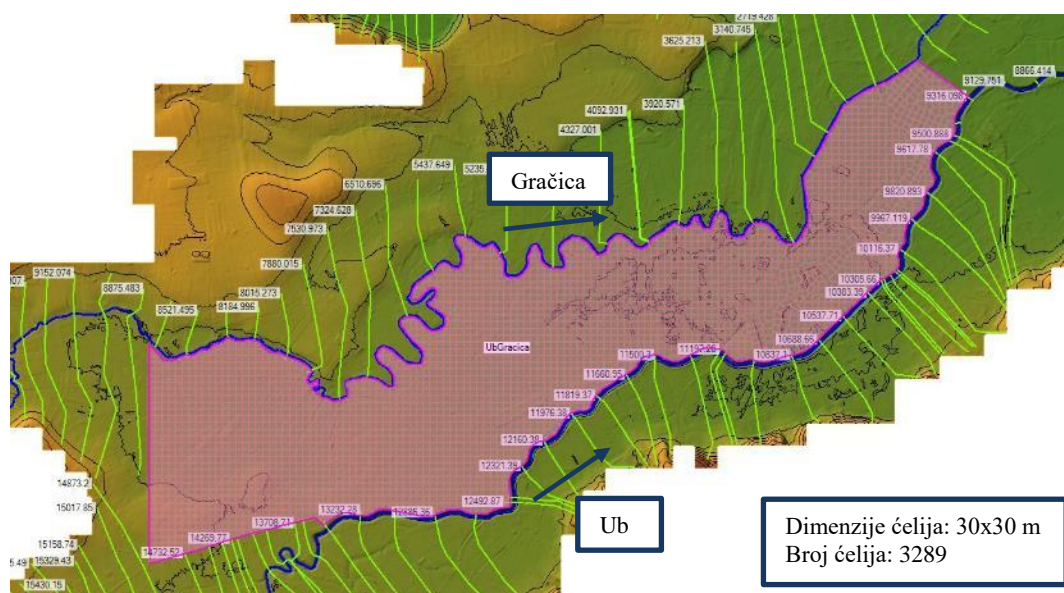
Na slici 4.2 prikazana je ravanska računaska oblast „umetnuta“ između tokova Gračice i Uba – varijanta 2. Može se primetiti da poprečni preseki linijskog dela modela u ovom slučaju ne obuhvataju površinu unutar domena ravanskog modela. S obzirom na to da je ravanska računaska oblast povezana sa dva vodotoka, bilo je potrebno definisati dva fiktivna bočna preliva (*eng. lateral structure*). Bočni prelivi su zadati tako da prate visok teren koji razdvaja osnovno korito od plavnih površina. To praktično znači da je visina preliva jednaka nuli. Ovo je važno prilikom odabira vrednosti koeficijenta prelivanja koji se razlikuje u zavisnosti od problema koji se analizira.



Slika 4.1. Pregledna karta sliva Tamnave sa glavnim pritokama.

Figure 4.1. Overview map of the Tamnava basin with main tributaries.





Slika 4.2. 2D računski oblast „umetnuta“ između tokova Uba i Gračice – računski varijanta 2.

Figure 4.2. 2D flow area „inserted“ between the Ub and Gračica streams – computational variant 2.

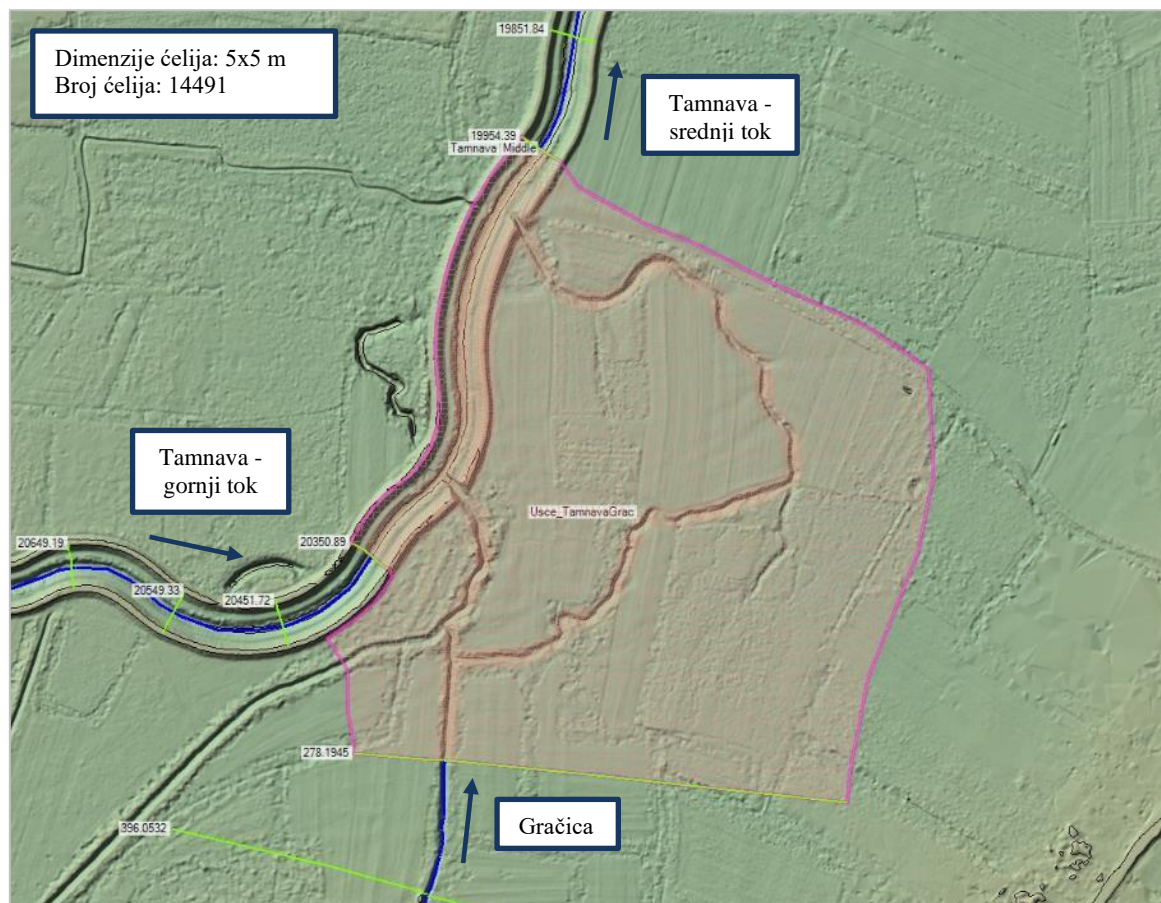
U narednoj tabeli prikazane su vrednosti koeficijenta prelivanja u zavisnosti od primene, odnosno od toga šta se modelira bočnim prelivom. Za konkretan slučaj gde se bočnim prelivom modelira izlivanje iz osnovnog korita, a ravanskim modelom tečenje na plavnoj površini, vrednosti koeficijenta prelivanja potrebno je zadati u opsegu od 0,1-0,5.

Tabela 4.1. Vrednosti koeficijenta prelivanja preko bočnog preliva u zavisnosti od njegove primene [3, 5, 6].

Table 4.1. Lateral discharge coefficient values depending on its application.

Šta se modelira pomoću bočnog preliva	Opis	Opseg vrednosti koeficijenta prelivanja $C_q$ [l]
Nasip/put – 1m ili više iznad prirodnog terena.	Preliv oblika širokog praga; Protok preko nasipa/puta fizički kao protok preko preliva.	0,83-1,43
Nasip/put – 0,3 do 1m iznad prirodnog terena.	Preliv oblika širokog praga; Protok preko nasipa/puta fizički kao protok preko preliva, sa izvesnom pojavom potopljenog prelivanja.	0,55-1,1
Prirodna prepreka u vidu visokog terena – 0,3 do 1 m visine.	Fizički se ne ponaša kao preliv. Voda teče preko visokog terena, pri čemu protok predstavlja ulaz u 2D oblast tečenja. Tok ne prolazi kroz kritičnu dubinu.	0,28-0,55
Teren uz osnovno korito. Bočni preliv nije izdignut u odnosu na teren.	Izlivanje vode iz osnovnog korita na plavnu površinu.	0,11-0,28

U varijanti 3, ravanski elementi iskorišćeni su za modeliranje ušća Gračice u Tamnavu. Na slici 4.3 prikazana je ravanska računaska oblast formirana na ušću ova dva vodotoka. Širinu 2D oblasti uslovlila je širina poprečnih preseka postojećeg 1D modela sa kojima se 2D oblast povezuje. Kod direktnog povezivanja nije potrebno formiranje linijskih objekata, već se linijski domen direktno povezuje sa ravanskim preko graničnih poprečnih preseka.



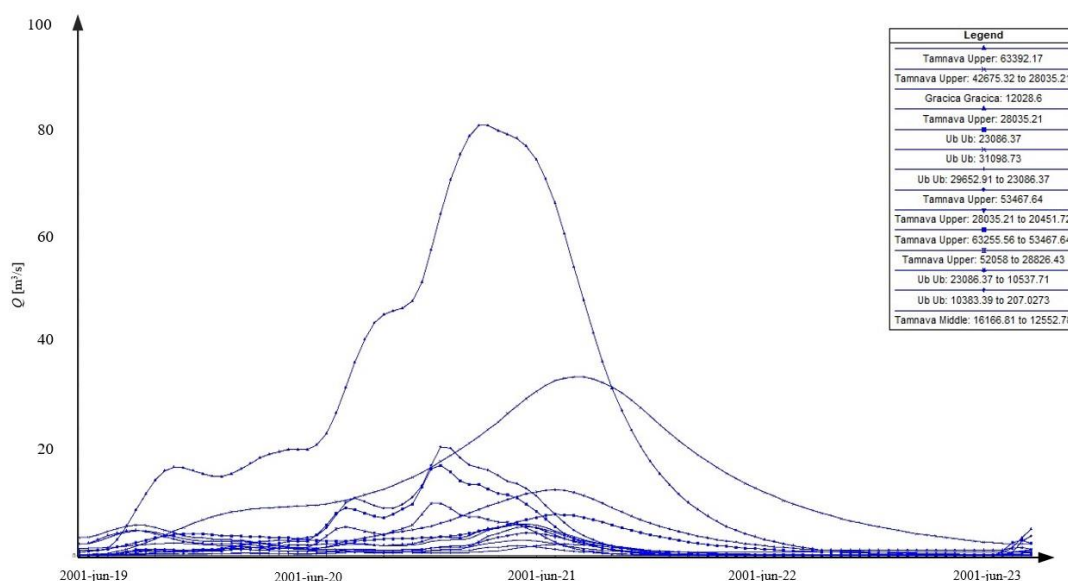
Slika 4.3. 2D računaska oblast na ušću Gračice i Tamnave – računaska varijanta 3.

Figure 4.3. 2D flow area at Gračica and Tamnava mouth – computational variant 3.

## 4.2 Analizirani poplavni talas

Formirani kombinovani modeli tečenja testirani su na poplavnoj epizodi iz juna 2001. Na slici 4.4 prikazani su svi ulazni hidrogrami zadati kao spoljašnji i unutrašnji granični uslovi. Analizirani vodotoci teku u mirnom režimu. Prema tome, na uzvodnom kraju svake od računskih deonica zadati su ulazni hidrogrami, dok je na nizvodnom kraju računске oblasti, odnosno na nizvodnom kraju donjeg toka reke Tamnave, zadata normalna dubina kao nizvodni granični uslov.

Ulazni hidrogrami prikazani na slici 4.4 definisani su kao više različitih tipova graničnih uslova. Naime, pored spoljašnjih graničnih uslova na krajevima računске oblasti, zadati su i unutrašnji granični uslovi na mestima gde se unutar računске oblasti očekuje dotok vode, a da se pritom tečenje u pritoci ne modelira hidrauličkim modelom. Koncentrisani dotoci predstavljeni su *Lateral Inflow Hydrograph* tipom graničnog uslova, dok je na lokacijama gde je potrebno ravnomerno rasporediti određeni dotok duž deonice vodotoka, primenjen *Uniform Lateral Inflow Hydrograph* granični uslov.



Slika 4.4. Poplavni talas iz juna 2001. godine – ulazni hidrogrami.

Figure 4.4. Flood event from June 2001 – inlet flow hydrographs.

### 4.3 Rezultati proračuna

Proračun je sproveden kako za linijski tako i za kombinovani model u dve varijante, sa ciljem poređenja dobijenih rezultata.

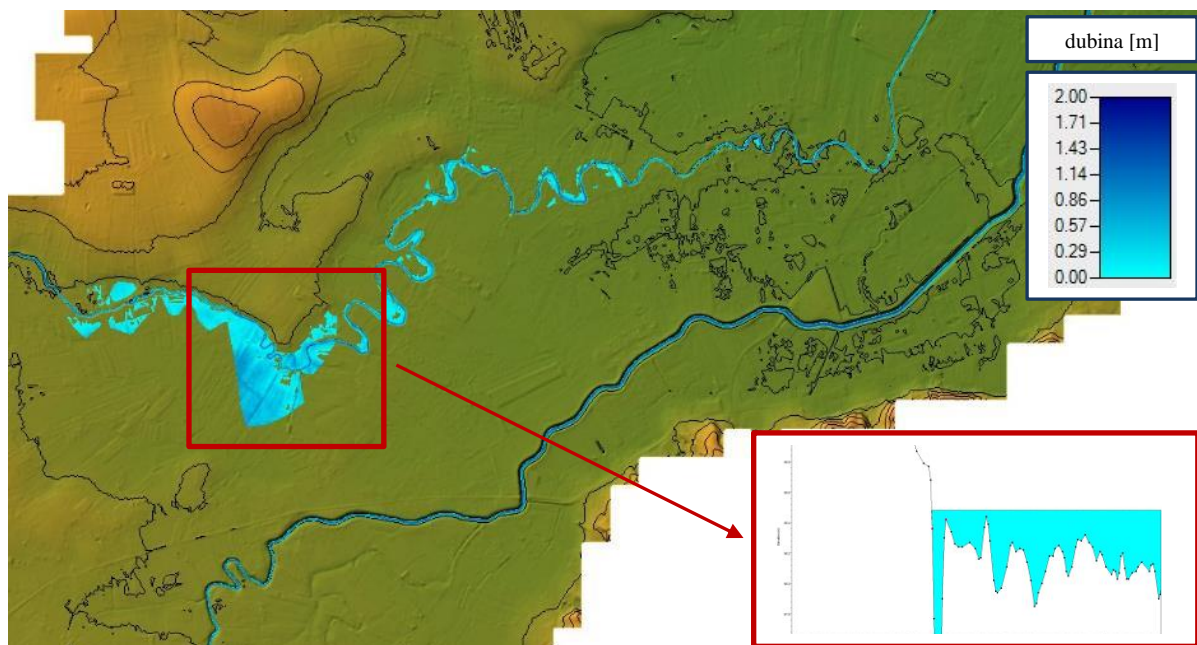
**Varijanta 1.** Na slici 4.5 prikazan je raspored maksimalnih dubina u zoni povezivanja linijskih i ravanskih elemenata modela u varijanti 1, gde se može videti da je u jednom od poprečnih preseka došlo do izlivanja vode iz osnovnog korita Gračice. Međutim, imajući u vidu zakon održanja mase u linijskim modelima neustaljenog tečenja, količina vode iz uzvodnog poprečnog preseka uliva se u nizvodni poprečni presek, gde zbog njegove propusne moći ne dolazi do izlivanja iz osnovnog korita. Posledično, plavna zona ograničena je širinom poprečnog preseka u kome dolazi do izlivanja, čime se gube informacije o hidrodinamici toka na plavnoj površini. S obzirom na to da je predmetna deonica Uba regulisana tako da prihvati i protoke u periodima velikih voda, pri poplavnom talasu iz juna 2001. godine ne dolazi do izlivanja vode iz korita.

**Varijanta 2.** S obzirom na to da podaci za kalibraciju koeficijenta preliivanja nisu bili dostupni, u okviru računске varijante 2 je obavljen proračun za vrednosti koeficijenta preliivanja 0,1, 0,3 i 0,5, kao karakteristične vrednosti preporučenog opsega iz tabele 4.1. Dobijeni rezultati pokazuju da se obim plavljenja ne razlikuje u velikoj meri za različite vrednosti koeficijenta preliivanja. Takođe, maksimalna računska greška u proračunu nivoa približno je jednaka za sve tri vrednosti koeficijenta preliivanja i iznosi oko 3 cm. Međutim, imajući u vidu da cilj proračuna nije što tačnije određivanje plavnih zona, već ispitivanje mogućnosti primene kombinovanih modela tečenja u datim uslovima, kao reprezentativna vrednost koeficijenta preliivanja za uporednu analizu usvojena je vrednost 0.3. Bočni preliv definisan na desnoj obali Gračice u određenoj dužini duž toka je izdignut u odnosu na okolni teren, odnosno između osnovnog korita i plavne površine postoje prepreke u vidu izdignutog terena relativno male visine. Prema tome, usvajanje srednje vrednosti koeficijenta preliivanja ujedno predstavlja kompromis između graničnih vrednosti za bočni preliv u ravni terena i bočni preliv visine do 1 m (tabela 4.1).

Na slici 4.6 prikazan je maksimalni raspored dubina za računsku varijantu 2. Primećuje se da se raspored maksimalnih dubina u velikoj meri razlikuje u odnosu na rezultate iz računске varijante 1. Usled izlivanja vode iz osnovnog korita Gračice, poplavni talas propagira se duž plavne površine, kako u uzvodnom tako i u nizvodnom smeru. S obzirom na to da na plavnoj površini, u nizvodnoj polovini ravanske računске oblasti, postoje poprečni kanali koji su direktno povezani sa koritom reke Ub,

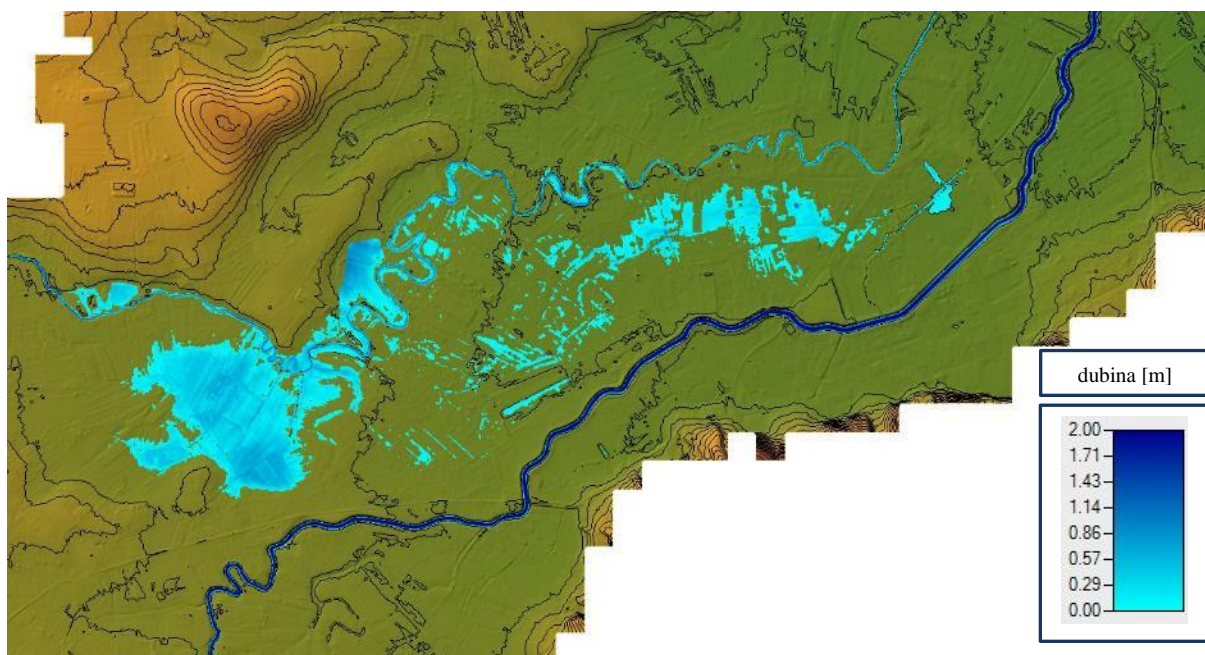


prilikom povlačenja poplavnog talasa određena količina voda drenira se ka koritu Uba. Ovo ukazuje da postoji izvesna razmena protoka između tokova Gračice i Uba preko plavne površine koja se između njih nalazi. Na slici 4.7 prikazan je računski hidrogram na reci Gračici, u profilu nizvodno od zone kuplovanja linijskih i ravanskih elemenata. Može se primetiti da se usled izlivanja vode iz osnovnog korita maksimalni protok hidrograma smanjio za oko  $0,80 \text{ m}^3/\text{s}$ .



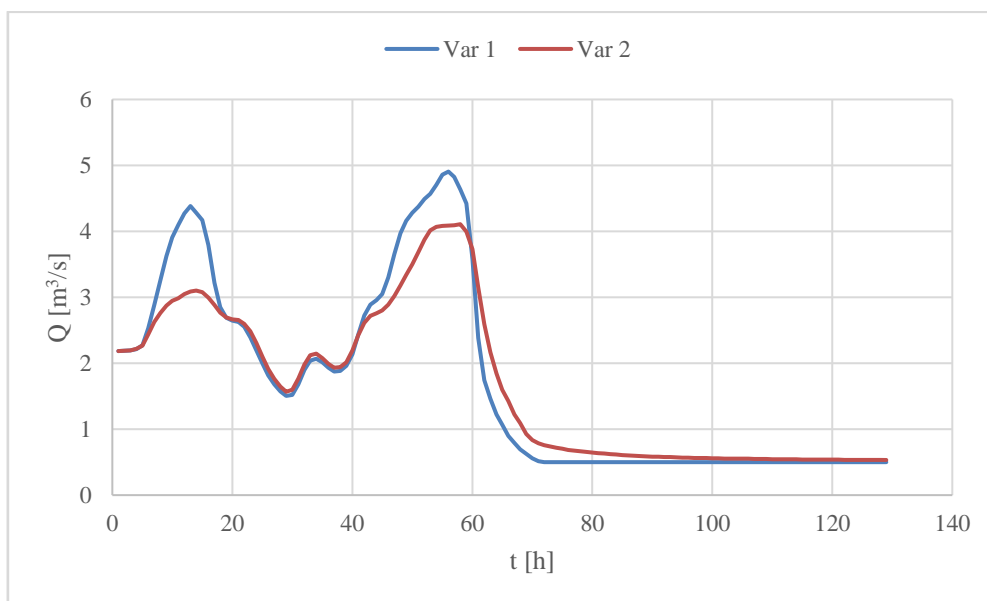
Slika 4.5. Raspored maksimalnih dubina u zoni povezivanja linijskih i ravanskih elemenata modela – varijanta 1.

Figure 4.5. Maximum depths in the zone of 1D and 2D elements connection – variant 1.



Slika 4.6. Raspored maksimalnih dubina u zoni povezivanja linijskih i ravanskih elemenata modela – varijanta 2.

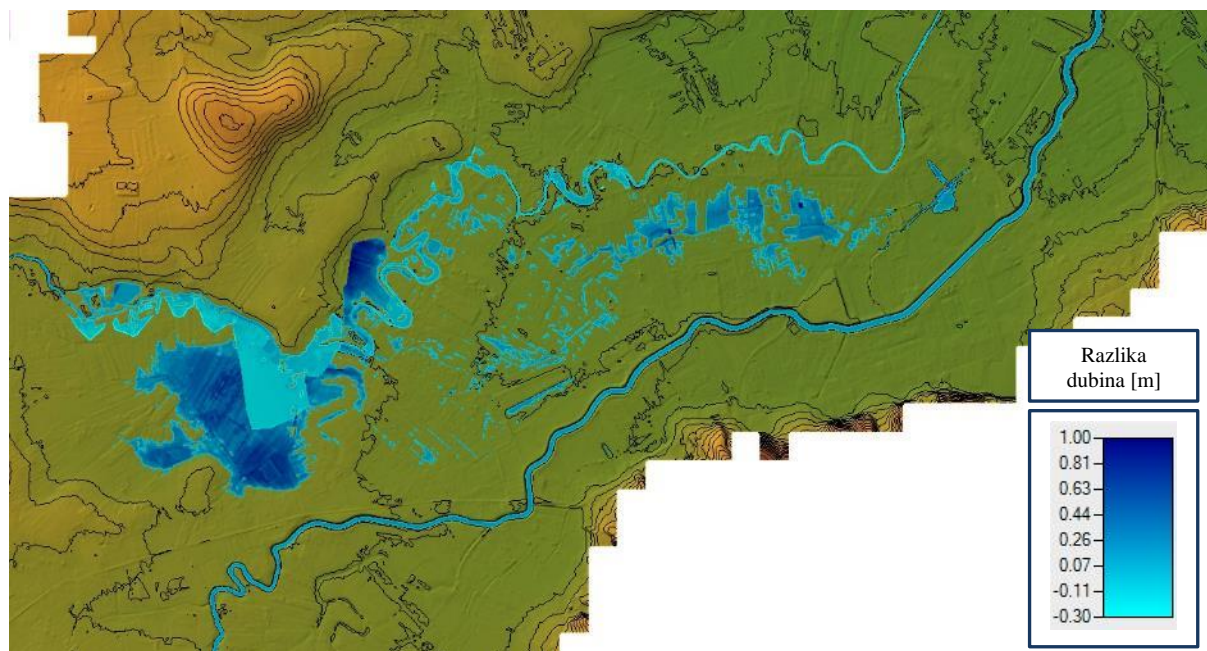
Figure 4.6. Maximum depths in the zone of 1D and 2D elements connection – variant 2.



Slika 4.7. Računski hidrogrami neposredno nizvodno od zone kuplovanja linijskog i ravanskog modela – poređenje računskih varijanti 1 i 2.

Figure 4.7. Computational flow hydrographs downstream of the coupling zone of 1D and 2D models – comparison of computational variants 1 and 2.

Na slici 4.8 prikazane su razlike maksimalnih dubina za varijante 1 i 2. Može se primetiti da su u zoni izlivanja iz osnovnog korita Gračice u varijanti 1 dobijene veće dubine (negativna razlika), što je očekivano s obzirom na to da je zapremina za prihvatanje protoka na plavnoj površini u 1D modelu manja u odnosu na raspoloživu zapreminu obuhvaćenu 2D računskom oblašću.



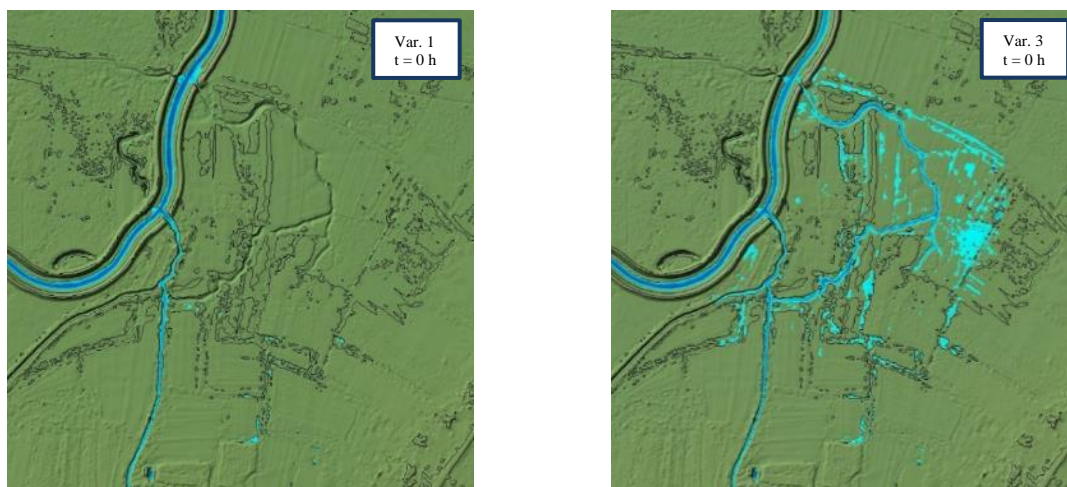
Slika 4.8. Razlike maksimalnih dubina za računске varijante 1 i 2.

Figure 4.7. Differences of maximum depths for computational variants 1 and 2.



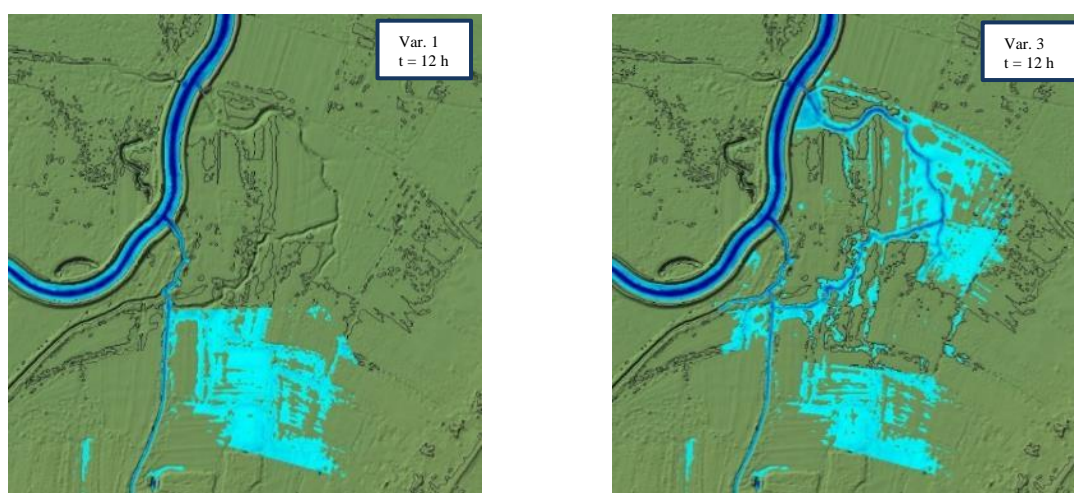
**Varijanta 3.** U ovoj računskoj varijanti ispitane su mogućnosti modeliranja rečnog ušća pomoću ravanskog modela direktno povezanog sa nizvodnom, odnosno uzvodnim deonicama matične reke Tamnave i pritoke Gračice. Na slikama 4.9 i 4.10 uporedno su prikazane plavne zone u trenutku  $t = 0$  h (početni uslov) i u trenutku  $t = 48$  h, za računске varijante 1 i 3. Rezultati proračuna ukazuju na značajne razlike u dinamici formiranja plavnih zona na ušću Tamnave i Gračice. Naime, linijskim modelom je obuhvaćen samo jedan rukavac reke Gračice, čime je napravljena greška u preraspodeli protoka na samom ušću. Plavna zona u varijanti 1 ograničena je na oblast koju pokrivaju poprečni preseći linijskog modela, dok je u slučaju varijante 3 ravanskim elementima modela obuhvaćena veća površina u okviru potencijalne plavne zone.

Na slici 4.11 prikazan je raspored brzina u trenutku  $t = 48$  h za računsku varijantu 3, gde se može videti izražena promenljivost u pravcima strujanja u zoni ušća Tamnave i Gračice.



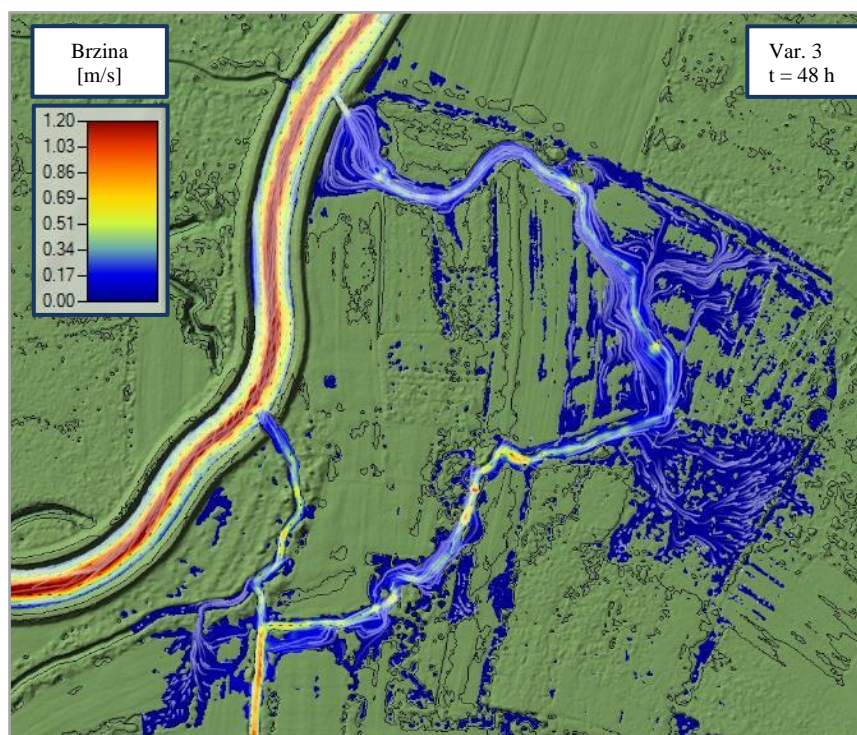
Slika 4.9. Prostorni raspored dubina u zoni ušća Tamnave i Gračice na početku proračuna (početni uslov,  $t = 0$  h) – poređenje računskih varijanti 1 i 3.

Figure 4.9. Spatial distribution of depths in the zone of Tamnava and Gračica mouth at the beginning of the simulation (initial condition,  $t = 0$  h).



Slika 4.10. Prostorni raspored dubina u zoni ušća Tamnave i Gračice u trenutku  $t = 12$  h – poređenje računskih varijanti 1 i 3.

Figure 4.10. Spatial distribution of depths in the zone of Tamnava and Gračica mouth at the time  $t = 12$  h - comparison of computational variants 1 and 3.



Slika 4.11. Prostorni raspored brzina u zoni ušća Tamnave i Gračice u trenutku  $t = 48$  h – računaska varijanta 3.

Figure 4.11. Spatial distribution of velocities in the zone of Tamnava and Gračica mouth at the time  $t = 48$  h – computational variant 3.

Prethodna slika ukazuje na osnovnu prednost ravanskih modela u odnosu na linijske. Na plavnim površinama gde je izražena promenljivost pravaca strujanja, linijskim modelima ne može se na adekvatan način opisati hidrodinamika toka. Eventualnim uvođenjem paralelnih tokova, pri čemu su oni međusobno povezani fiktivnim linijskim objektima, moguće je na adekvatniji način opisati tečenje na plavnim površinama sa složenim uslovima strujanja. Mogućnosti poboljšanja linijskih modela u ovakvim uslovima strujanja nisu ispitivane u ovom radu.

## 5 Zaključak

U okviru ovog rada prikazane su mogućnosti primene kombinovanih modela tečenja za određivanje plavnih zona, u programskom paketu HEC-RAS, sa ciljem na ukazivanje razlika u rezultatima proračuna koje se uočavaju kada se linijski modeli kombinuju sa ravanskim. Ispitane su dve računске varijante sa kombinovanjem linijskih i ravanskih elemenata, i to jedna varijanta sa bočnim i druga sa direktnim povezivanjem linijskog i ravanskog domena. Rezultati iz obe računске varijante upoređeni su sa rezultatima dobijenim pomoću linijskog modela, pri čemu su uočene značajne razlike u dobijenim plavnim zonama.

U varijanti 2 plavna površina između tokova Gračice i Uba modelirana je pomoću ravanske računске oblasti. Rezultati ukazuju da se u slučaju izlivanja vode iz osnovnog korita dinamika formiranja plavnih zona ne može adekvatno modelirati samo pomoću linijskog modela. Razlog za to je prisustvo kanala i depresija na plavnoj površini, što u izvesnoj meri komplikuje modeliranje na plavnim površinama, pre svega sa aspekta definisanja učešća neaktivnih površina u ukupnoj površini poprečnog preseka i izražene promenljivosti u pravcima tečenja.

U slučaju varijante 3 primenjen je postupak direktnog povezivanja linijskih i ravanskih elemenata na lokaciji ušća reka Tamnave i Gračice. Rezultati ukazuju da se dodavanjem ravanskih elemenata na adekvatniji način modelira hidrodinamika ušća dveju reka, imajući u vidu da se u konkretnom slučaju



tok Gračice u zoni ušća račva na dva rukavca. Postojećim linijskim modelom obuhvaćen je samo jedan od rukavaca, čime je napravljena greška u preraspodeli protoka. Dodavanjem ravanskih elemenata je prevaziđen ovaj nedostatak.

Generalan zaključak je da se dodavanjem ravanskih elemenata modela u programskom paketu HEC-RAS može značajno unaprediti linijski model, pre svega u zonama gde tok po svojoj prirodi odstupa od linijskog. Na taj način se prevazilazi potreba za formiranjem isključivo ravanskih modela koji su sa aspekta računarskih resursa najzahtevniji. Moglo bi se reći da je formiranje kombinovanog modela u praktičnom smislu komplikovanije od formiranja klasičnog linijskog ili ravanskog modela, pre svega zbog dodatnih elemenata kojima se dva različita domena modela povezuju. Takođe, postizanje stabilnosti i robusnosti može predstavljati veći izazov nego u slučaju klasičnih modela. Prema tome, u zavisnosti od namene modela i njegove primene, teba bazirati odluku od tome da li će se određeni vodotok modelirati linijskim, kombinovanim ili pak ravanskim modelom.

## Zahvalnica

Deo ovog istraživanja finansiran je iz programa istraživanja i inovacija Horizon 2020 Evropske Unije pod ugovorom br. 776866 za projekat RECONNECT (Regenerating ECOsystems with Nature-based solutions for hydro-meteorological risk rEduCTion). Rad odražava samo poglede autora i Evropska Unija nije odgovorna za bilo kakvo korišćenje informacija iz ovog rada. Rad na ovom istraživanju je delimično podržalo i Ministarstvo prosvete, nauke i tehnološkog razvoja Srbije pod ugovorom br. 200092.

## Literatura

- [1] Jovanović M., *Osnove numeričkog modeliranja ravanskih otvorenih tokova*, Građevinski fakultet, Beograd, 1998.
- [2] Betsholtz N., Nordlof B., *Potentials and limitations of 1D, 2D and coupled 1D-2D flood modeling in HEC-RAS – A case study on Hoje river*, Lund - Sweden, 2017.
- [3] U.S. Army Corps of Engineers, *HEC-RAS – River Analysis System, Hydraulic reference manual*, V. 6.0, 2021.
- [4] Jovanović M., *Regulacija reka – rečna hidraulika i morfologija*, Građevinski fakultet, Beograd, 2008.
- [5] U.S. Army Corps of Engineers, *HEC-RAS – River Analysis System, 2D Modeling User's Manual*, V. 6.0, 2021.
- [6] Gary W. Brunner, *Combined 1D and 2D Modeling with HEC-RAS*, 2014
- [7] Milovanović M., *Hidrološko-hidraulička analiza uticaja planiranih retenzija na slivu Tamnave na smanjenje ugroženosti od poplava - Master rad*, Beograd, 2020.